

座屈強度と終局強度を考慮した
突起付きアルミニウム合金板の断面形状決定法

ALST 研究レポート 26

2012 年 8 月

大阪大学大学院工学研究科

西森文子, 大倉一郎

概要

本研究は、座屈強度と終局強度を考慮して、面内曲げを受ける、突起付き長方形板の断面形状を決定する方法を提案する。面内曲げを受ける、突起付き長方形板の座屈係数を明らかにし、所定の座屈強度を維持して突起付き長方形板の断面積を減らす方法を与える。この方法で決定された断面形状を有する、突起付き長方形板の耐荷力は、突起無し長方形板の耐荷力により、安全側に評価されることを、有限要素法による弾塑性有限変位解析によって明らかにする。

目次

第 1 章 序論	・ ・ ・	1
第 2 章 座屈係数と突起剛比の関係の定式化	・ ・ ・	3
2.1 純曲げを受ける突起付き長方形板の座屈係数と突起剛比の関係の定式化	・ ・ ・	3
2.2 座屈係数の限界値	・ ・ ・	7
第 3 章 提案式の妥当性	・ ・ ・	9
3.1 有限要素法による座屈解析	・ ・ ・	9
3.2 座屈係数と縦横比の関係	・ ・ ・	10
3.3 座屈係数の最小値と突起剛比の関係	・ ・ ・	14
第 4 章 突起付きアルミニウム合金板の断面形状決定法	・ ・ ・	19
4.1 断面積減少率	・ ・ ・	19
4.2 突起無し長方形板の幅厚比	・ ・ ・	21
4.3 突起の幅厚比に対する制限	・ ・ ・	22
4.4 断面積減少率と幅厚比の関係	・ ・ ・	22
第 5 章 突起付き長方形板の耐荷力	・ ・ ・	28
5.1 解析対称	・ ・ ・	28
5.2 有限要素法による弾塑性有限変位解析	・ ・ ・	29
5.3 耐荷力と幅厚比の関係	・ ・ ・	30
第 6 章 結論	・ ・ ・	33
参考文献	・ ・ ・	34
付録 A 座屈係数に関する有限要素解析の数値データ	・ ・ ・	36
付録 B 座屈係数の最小値と座屈波長に関する有限要素解析の数値データ	・ ・ ・	40
付録 C 突起付き長方形板の寸法と耐荷力	・ ・ ・	41

第1章 序論

最近、アルミニウム歩道橋や拡張歩行者用アルミニウム床版が建設されるようになってきた¹⁾。さらに、道路橋用アルミニウム床版が開発され^{2),3)}、その試験施工が実施されている⁴⁾。アルミニウム床版の重量は鉄筋コンクリート床版の重量の約1/5と軽い。この特徴を利用して、上路式鋼アーチ橋の鉄筋コンクリート床版をアルミニウム床版で取り替えることによる耐震性の向上に関する研究が行われるようになってきた⁵⁾。このような状況で、道路橋用アルミニウム床版のみならず、道路橋用の桁もアルミニウム合金で製作できるようになることが期待される。

図-1.1に示すように、従来のアルミニウム歩道橋の桁の製作方法は鋼桁のそれと同様で、アルミニウム合金 A5083-O の圧延板を MIG 溶接による隅肉溶接で連結することにより製作される。道路橋は歩道橋より規模が大きく、歩道橋よりも格段に大きな荷重を受けるので、0.2%耐力の低い A5083-O を使って道路橋を設計することは困難である。道路橋の桁の製作には 0.2%耐力の高い A6061-T6 や A6005C-T5 などの熱処理アルミニウム合金を使用しなければならない。しかし、6000系アルミニウム合金は熱処理によって 0.2%耐力が高められているので、MIG 溶接で溶接した場合、溶接部の 0.2%耐力が低下する。したがって、図-1.1に示すような桁を、6000系アルミニウム合金を用いて MIG 溶接で製作した場合、垂直補剛材をウェブに連結する隅肉溶接の位置で桁の強度が低下する。そこで、T 型断面の押出形材を摩擦攪拌接合によって接合することにより、図-1.2に示すような、突起が水平方向に配置されたアルミニウム合金桁が提案された⁶⁾。この桁には垂直補剛材が存在せず、ウェブを横断する接合がないので、桁の一断面で強度が低下することはない。

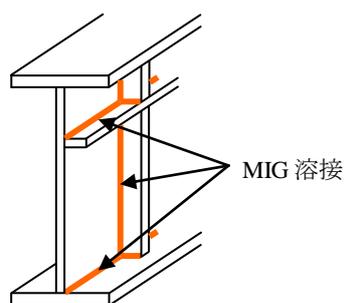


図-1.1 従来のアルミニウム桁

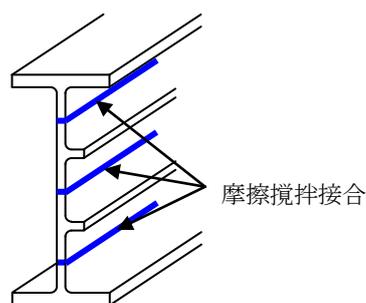


図-1.2 突起付きアルミニウム桁

ここで、摩擦攪拌接合とは 1991 年に英国の溶接研究所で開発された固相接合法の一種で、現在、ロケット、航空機、自動車、鉄道車両、アルミニウム床版の製作に使用されている^{1),7)}。図-1.3に示すように、突き合された一対のアルミニウム合金板の突合せ面に鋼製の回転工具を挿入し、回転工具の回転によって生じる摩擦熱によってアルミニウム合金を軟化させ、回転工具を突合せ面に沿って移動させることによって、軟化したアルミニウム合金が冷却し、アルミニウム合金板が接合される。摩擦攪拌接合によって接合されたアルミニ

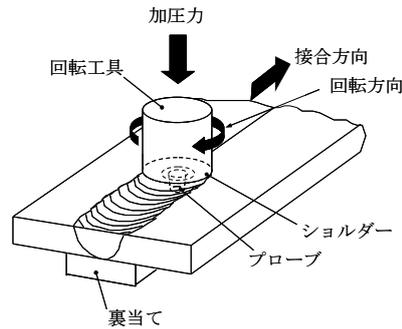


図-1.3 摩擦攪拌接合

ウム合金板はMIG溶接によるものより初期たわみが小さい。さらに、摩擦攪拌接合による接合部の疲労強度はMIG溶接による接合部の疲労強度より格段に高い⁸⁾。

図-1.2 に示す突起付きアルミニウム桁の実用化を目指して、圧縮を受ける両縁支持板および曲げを受ける両縁支持板の耐荷力^{9),10)}、ならびに圧縮を受ける自由突出板の耐荷力¹¹⁾が有限要素法による弾塑性有限変位解析によって調べられ、接合位置および板幅が耐荷力に影響することが明らかにされた。さらに、摩擦攪拌接合を用いて、突起付きアルミニウム合金板が試作され、その初期たわみと接合残留応力が測定された¹²⁾。

押出型材と摩擦攪拌接合を用いると、任意の断面形状を製作することが可能となるため、図-1.2 に示す突起付きアルミニウム合金板の断面形状の決定法が求められている。本研究は、座屈強度と終局強度を考慮して、突起付きアルミニウム合金板の断面形状を決定する方法を提案することを目的とする。最初に、面内曲げを受ける突起付き長方形板の座屈係数を明らかにする。次に、所定の座屈強度を維持して、突起付き長方形板の断面積を減らす方法を与える。この方法で決定された断面形状を有する突起付き長方形板の耐荷力は、突起無し長方形板の耐荷力により、安全側に評価されることを、有限要素法による弾塑性有限変位解析によって明らかにする。

第2章 座屈係数と突起剛比の関係の定式化

2.1 純曲げを受ける突起付き長方形板の座屈係数と突起剛比の関係の定式化

補剛材付き長方形板の座屈強度に関する研究の主なものとして、板と補剛材のひずみエネルギーを求め、一般解を誘導した Klöppel & Scheer の研究¹³⁾、補剛材付きの長方形板を直交異方性板でモデル化し、その方程式を Galerkin 法で解いた宇佐美の研究¹⁴⁾が挙げられる。前者においては、1, 2本の補剛材を有する、特定の断面形状に対して座屈係数と縦横比の関係がグラフで与えられている。後者では、板幅で平均化された補剛材の曲げ剛性が板の曲げ剛性に付加されているので、補剛材の数が多い場合には精度のよい座屈係数を与えるが、補剛材の本数が少ない場合には、座屈係数の精度が悪くなることが予想される。

第4章で、所定の座屈強度を維持して、突起付き長方形板の断面積を減らす方法を与える。これをなすためには、突起の本数、突起の断面二次モーメントと断面積を変数に持つ関数によって座屈係数を与えられなければならない。そこで、純曲げを受ける突起付き長方形板の座屈係数と突起剛比の関係式および座屈波長と突起剛比の関係式を次に誘導する。

図-2.1に示すように、4辺単純支持された $a \times b$ の突起付き長方形板が純曲げ応力 σ を受けている。この長方形板の、座屈形状 w を次式で仮定する。

$$w = \sin \frac{m\pi x}{a} \left(B_1 \sin \frac{\pi y}{b} + B_2 \sin \frac{2\pi y}{b} \right) \quad (2.1)$$

ここに、 B_1, B_2 : 未定係数

m : 自然数

式(2.1)に対して、エネルギー法により次式が与えられる¹²⁾。

$$B_1^2 \left\{ \left(\frac{1}{Z} + Z \right)^2 + \frac{s\gamma}{Z^2} \right\} + B_2^2 \left\{ \left(\frac{1}{Z} + 4Z \right)^2 + \frac{fs\gamma}{Z^2} \right\} - \frac{64}{9\pi^2} k(1 + fsv\delta) B_1 B_2 = 0 \quad (2.2)$$

$$\text{ここに、} k = \frac{\sigma_{cr}}{\sigma_e} \quad (2.3)$$

$$\sigma_e = \frac{\pi^2 E}{12(1 - \mu^2)\beta^2} \quad (2.4)$$

$$v = \frac{9\pi^2}{32s^2} \left(\frac{1}{\sin^2 \frac{\pi}{2s}} - \frac{1}{\sin^2 \frac{3\pi}{2s}} \right) \quad (2.5)$$

$$f = \begin{cases} 0 & (s = 2) \\ 1 & (s \geq 3) \end{cases}$$

$$Z = \frac{\alpha}{m} \quad (2.6)$$

$$\alpha = \frac{a}{b} \quad (2.7)$$

$$\beta = \frac{b}{t} \quad (2.8)$$

$$\gamma = \frac{EI_r}{Db} \quad (2.9)$$

$$\delta = \frac{A_r}{bt} \quad (2.10)$$

$$D = \frac{Et^3}{12(1-\mu^2)} \quad (2.11)$$

k : 座屈係数

s : 突起で区切られた板要素の総数

σ_{cr} : 純曲げ座屈強度

σ_e : 突起付き長方形板の基本座屈応力

E : ヤング率

μ : ポアソン比

α : 縦横比

β : 幅厚比

a : 長方形板の長さ

b : 板幅

t : 突起付き長方形板の板厚

γ : 板の曲げ剛性に対する, 一つの突起の曲げ剛性の比

δ : 板の断面積に対する, 一つの突起の断面積の比

I_r : 一つの突起の断面二次モーメント

A_r : 一つの突起の断面積

D : 突起付き長方形板の板曲げ剛性

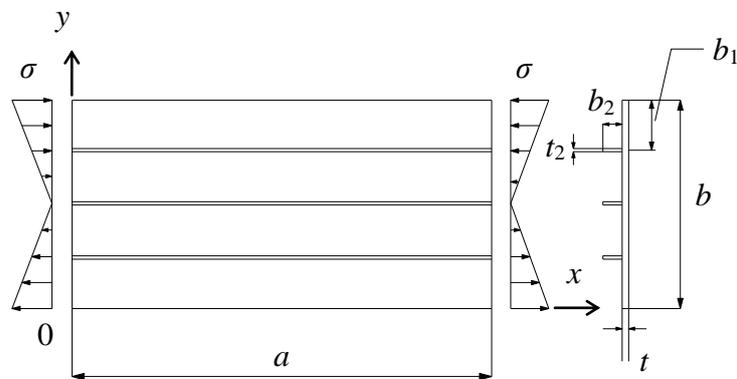


図-2.1 純曲げを受ける突起付き長方形板

式(2.5)は表-2.1 に示す値を与える.

表-2.1 v と s の関係

s	v
1	0
2	0
3	0.92
4	0.98
5	0.99
6以上	1

純曲げ座屈強度と座屈が起こるときの曲げモーメントの関係が次式で与えられる.

$$\sigma_{cr} = \frac{M_{cr}}{W} \quad (2.12)$$

ここに, M_{cr} : 座屈が起こるときの曲げモーメント

W : 突起付き長方形板の弾性断面係数

W は次式で与えられる.

$$W = \frac{2I}{b} \quad (2.13)$$

I は, 突起付き長方形板の断面二次モーメントであり, 次式で与えられる.

$$s \text{ が奇数の場合, } I = \frac{tb^3}{12} + 2A_r \sum_{i=1}^{\frac{s-1}{2}} \left\{ \frac{b}{2s} (2i-1) \right\}^2 \quad (2.14)$$

$$s \text{ が偶数の場合, } I = \frac{tb^3}{12} + 2A_r \sum_{i=1}^{\frac{s-2}{2}} \left(\frac{b}{s} i \right)^2 \quad (2.15)$$

式(2.2)において, 未定係数 B_1 と B_2 は, 座屈係数 k が最小になるように決定されなければならない. したがって, $\partial k / \partial B_1 = 0$ および $\partial k / \partial B_2 = 0$ より次式を得る.

$$B_1 \left\{ \left(\frac{1}{Z} + Z \right)^2 + \frac{s\gamma}{Z^2} \right\} - \frac{32}{9\pi^2} k (1 + fsv\delta) B_2 = 0 \quad (2.16)$$

$$-\frac{32}{9\pi^2} k (1 + fsv\delta) B_1 + B_2 \left\{ \left(\frac{1}{Z} + 4Z \right)^2 + \frac{fs\gamma}{Z^2} \right\} = 0 \quad (2.17)$$

両式が意味を持つためには, 未定係数 B_1 と B_2 が作る行列式が 0 にならなければならないという条件から次式を得る.

$$k = \frac{9\pi^2}{32(1+fsv\delta)} \sqrt{\left\{ \left(\frac{1}{Z} + Z \right)^2 + \frac{s\gamma}{Z^2} \right\} \left\{ \left(\frac{1}{Z} + 4Z \right)^2 + \frac{fs\gamma}{Z^2} \right\}} \quad (2.18)$$

座屈係数 k の最小値およびそれを与える Z の値，すなわち座屈波長に関して，最初 $s \geq 3$ の場合について述べ，次に $s=2$ の場合について述べる．

$s \geq 3$ の場合， $f=1$ であるから，式(2.18)は次式になる．

$$k = \frac{9\pi^2}{32(1+sv\delta)} \sqrt{\left\{ \left(\frac{1}{Z} + Z \right)^2 + \frac{s\gamma}{Z^2} \right\} \left\{ \left(\frac{1}{Z} + 4Z \right)^2 + \frac{s\gamma}{Z^2} \right\}} \quad (2.19)$$

$\partial k / \partial Z = 0$ より， k が最小になる Z の値が次式で与えられる．

$$Z = \frac{1}{\sqrt{2}} (1+s\gamma)^{0.25} \quad (2.20)$$

これを式(2.19)に代入して， k の最小値が次式で与えられる．

$$k = \frac{9\pi^2 (4+5\sqrt{1+s\gamma})}{32(1+sv\delta)} \quad (2.21)$$

$s=2$ の場合， $f=0$ であるから，式(2.18)は次式になる．

$$k = \frac{9\pi^2}{32} \left(\frac{1}{Z} + 4Z \right) \sqrt{\left\{ \left(\frac{1}{Z} + Z \right)^2 + \frac{2\gamma}{Z^2} \right\}} \quad (2.22)$$

$\partial k / \partial Z = 0$ より， k が最小になる Z の値が次式で与えられる．

$$2\gamma = (4Z^4 - 1)(Z^2 + 1) \quad (2.23)$$

式(2.23)が与える Z と γ の関係を図-2.2 に表す．この関係は， $\gamma \leq 200$ の範囲で，次式により相対誤差 0.6% 以下で近似される．

$$Z = \frac{1}{\sqrt{2}} (1+2\gamma)^{0.18} \quad (2.24)$$

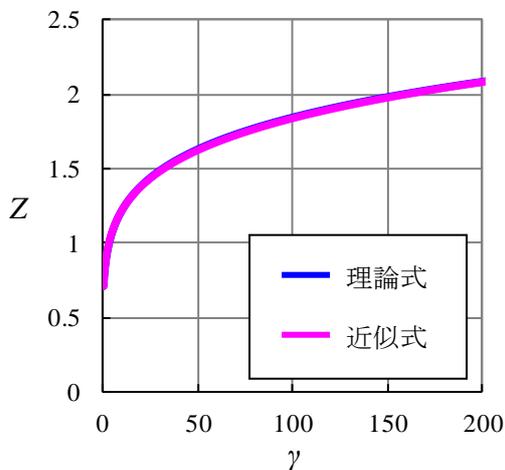


図-2.2 Z と γ の関係

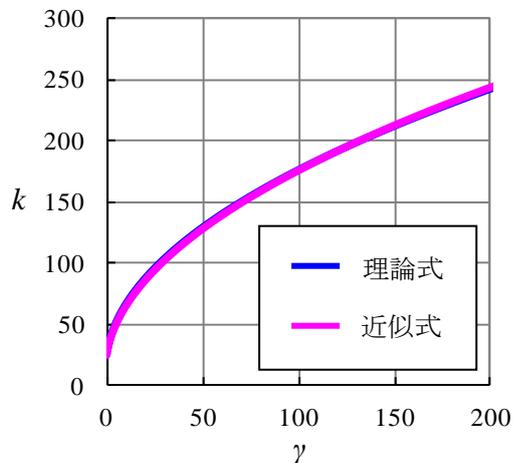


図-2.3 k と γ の関係

式(2.22)と(2.23)から得られる k と γ の関係を図-2.3 に示す。この関係は、 $\gamma \leq 200$ の範囲で、次式により相対誤差 2.6%以下で近似される。

$$k = \frac{9\pi^2(4 + 5\sqrt{1 + 0.7 \times 2\gamma})}{32} \quad (2.25)$$

以上より、座屈係数 k と γ および δ の関係、ならびに Z と γ の関係がそれぞれ次式で与えられる。

$$k = \frac{9\pi^2(4 + 5\sqrt{1 + c_1 s \gamma})}{32(1 + c_2 s \delta)} \quad (2.26)$$

$$Z = \frac{1}{\sqrt{2}}(1 + s\gamma)^{c_4} \quad (2.27)$$

式(2.26)と(2.27)の c_1 , c_2 , c_4 の値を表-2.2 に示す。 c_2 の値については、表-2.1 の v と s の関係に基づいている。

表-2.2 c_1, c_2, c_4 の値

s	c_1	c_2	c_4
2	0.7	0	0.18
3	1	0.92	0.25
4 以上	1	1	0.25

純曲げを受ける突起無し長方形板の座屈係数は 23.9 であるので¹⁵⁾、 $s\gamma=0$ のとき式(2.26)が 23.9 となるように係数を調整して、 k は次式で与えられる。

$$k = 10.62 \frac{1 + 1.25\sqrt{1 + c_1 s \gamma}}{1 + c_2 s \delta} \quad (2.28)$$

純曲げを受ける突起無し長方形板の座屈係数 k が最小になる座屈波長は 2/3 であるので¹⁵⁾、 $s\gamma=0$ のとき、式(2.27)が 2/3 となるように係数を調節して、 Z は次式で与えられる。

$$Z = \frac{2}{3}(1 + s\gamma)^{c_4} \quad (2.29)$$

2.2 座屈係数の限界値

突起と長方形板が一体となって座屈する場合、すなわち突起付き長方形板が全体座屈を起こす場合に対する座屈強度は、突起で区切られた板要素が局部座屈を起こす場合に対する座屈強度を越すことはない。したがって、突起付き長方形板の座屈係数 k は次の制限を受ける。

$$k \leq k_{MI} \quad (2.30)$$

ここで、 k_{MI} は図-2.4に示すように、圧縮と曲げを受ける、最上段の突起で区切られた板要素の座屈係数を、突起付き長方形板全体の座屈係数として表したものであり、次のように求められる。図-2.4の $a \times b_1$ の板要素の下縁に生じる応力 σ_r が次式で与えられる。

$$\sigma_r = \left(1 - \frac{2}{s}\right) \sigma \quad (2.31)$$

したがって、 $a \times b_1$ の板要素の上下縁の応力比 φ_s が次式で与えられる。

$$\varphi_s = \frac{\sigma - \sigma_r}{\sigma} = \frac{2}{s} \quad (2.32)$$

$a \times b_1$ の板要素が単純支持されていると仮定すると、式(2.32)より、圧縮と曲げを受ける $a \times b_1$ の板要素の座屈係数 k_l は次式で与えられる¹⁶⁾。

$$k_l = \frac{8.4}{2.1 - \varphi_s} = \frac{8.4s}{2.1s - 2} \quad (2.33)$$

したがって、圧縮と曲げを受ける $a \times b_1$ の板要素の座屈強度 σ_{lcr} は次式で与えられる。

$$\sigma_{lcr} = k_l \frac{\pi^2 E}{12(1 - \mu^2)} \frac{1}{\left(\frac{b_1}{t}\right)^2} = k_l s^2 \sigma_e = \frac{8.4s^3}{2.1s - 2} \sigma_e \quad (2.34)$$

式(2.34)より、 $a \times b_1$ の板要素の座屈係数 k_l は、 $a \times b$ の突起付き長方形板全体の座屈係数 k_{MI} としては次式で与えられる。

$$k_{MI} = \frac{8.4s^3}{2.1s - 2} \quad (2.35)$$

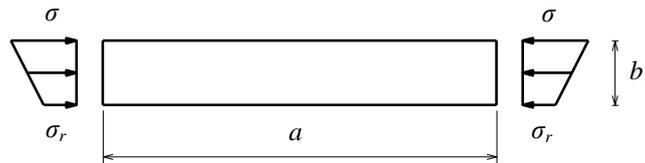


図-2.4 最上段の $a \times b_1$ の板要素

第3章 提案式の妥当性

3.1 有限要素法による座屈解析

汎用有限要素解析プログラム MARC¹⁷⁾の弾塑性有限変位解析プログラムを用いて、面内曲げを受ける突起付き長方形板の座屈解析を行う。面内曲げを受ける長方形板の弾塑性有限変位解析において、初期面外たわみをゼロとし、応力-ひずみ関係を線形として、非正定値処理 (NON-Positive Definition) を実行しないことにより、全体剛性マトリックスの行列式 (Determinant) がゼロになったときに生じる面内曲げ応力が座屈強度である。

図-3.1 に示すように、解析対象は、4 辺単純支持された長方形板であり、対称性より、左側半分を要素分割する。図-3.2 に示すように、原点の y 軸方向の変位を拘束する以外、非載荷辺の面内方向の変位は自由である。 $(0, b/2)$ の節点を中心として、 $x=0$ の辺を z 軸回りに強制回転させることにより、長方形板に面内曲げを与える。ただし、 $(0, b/2)$ の節点の x 軸方向の変位を拘束しない。これを実現させるために、 $x=0$ の辺に剛棒を設け、長方形板の板要素の節点と剛棒の節点を共有させる。有限要素として、板には 8 節点厚肉シェル要素 (MARC における要素番号 22)、剛棒には 3 次元弾性梁要素 (MARC における要素番号 52) を用いる。3 次元弾性梁要素の伸び剛性とねじり剛性をゼロ、曲げ剛性に大きな値を設定することにより、剛棒を実現する。さらに、 $(0, b/2)$ の節点と $x=0$ の辺上の各節点をタイピングし、 $(0, b/2)$ の節点の z 軸周りの回転角と $x=0$ の辺上の各節点の z 軸周りの回転角が同じになるようにする。さらに、突起に対しては、前述の 3 次元弾性梁要素に、突起の断面積と断面 2 次モーメントを与え、3 次元弾性梁要素の節点と板要素の節点を共有させる。

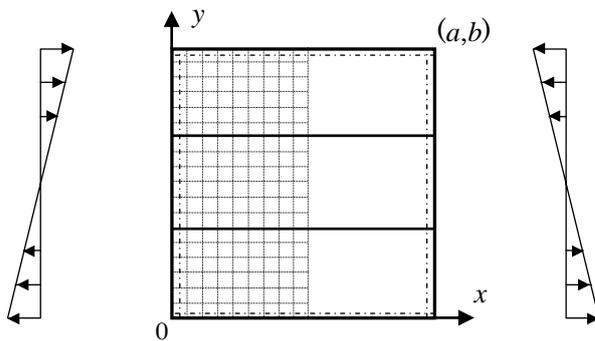


図-3.1 解析対象

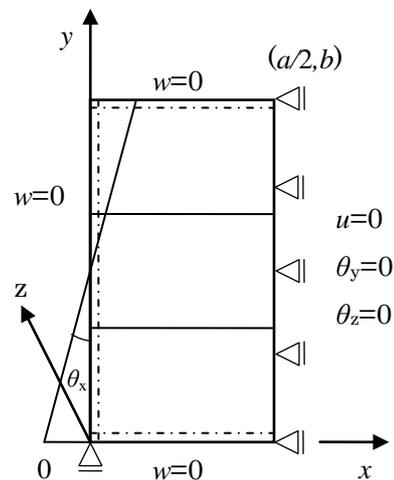


図-3.2 境界条件

座屈係数と要素分割数の関係を表-3.1 に示す。解析対象は、 $a=500\text{mm}$ 、 $b=750\text{mm}$ の長方形板 (縦横比 $a=2/3$) である。一要素の形状を正方形とし、 8×24 、 10×30 、 12×36 の三つの要素分割を考慮する。ここで、 8×24 において、8 と 24 は、それぞれ x 軸方向、 y 軸方向

の分割数を表す。有限要素解析において、全体剛性マトリックスの行列式がゼロをとったときの、 $(0, b/2)$ の節点に与える強制回転角に対する反力モーメントの値を、式(2.12)の M_{cr} に代入して、面内曲げ座屈強度 σ_{cr} が計算され、さらに式(2.3)より座屈係数 k が計算される。

表-3.1 に示すように、三つの要素分割はいずれも理論値 23.8 を与えるので、 s が 3 以上の突起付き長方形板に対して、隣接する突起間を 10 等分割する。 $s=2$ の突起付き長方形板に対しては、全板幅間を 30 等分割、すなわち中央の突起と上下辺の間を各 15 等分割する。 x 軸方向の要素分割は、解析する長方形板の縦横比に応じて、一要素の y 軸方向の長さに対する、 x 軸方向の長さが 0.9 から 1.1 の範囲になるように分割する。

表-3.1 要素分割

分割数	k
8×24	23.838
10×30	23.839
12×36	23.840

3.2 座屈係数と縦横比の関係

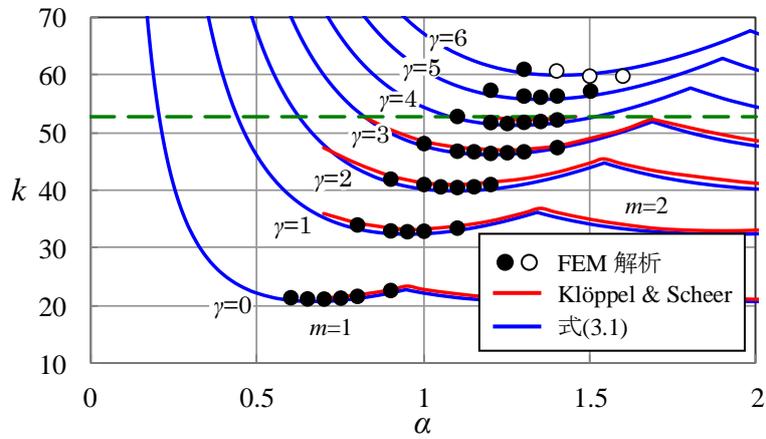
板要素数 $s=3$ に対する座屈係数 k と縦横比 α の関係を図-3.3 に示す（数値データは付録 A 参照）。図-3.3(a), (b), (c)は、それぞれ突起断面積比 $\delta=0.05, 0.1, 0.15$ に対する結果である。突起剛比 γ の値によって、 k と α の関係は変化する。図-3.3(a)の白丸は、有限要素解析において、局部座屈が発生した結果である。各図の緑色の水平の破線は、突起を含めた全体座屈と、突起で区切られた板要素が局部座屈を起こす限界の座屈係数であり、式(2.35)によって求められ、52.74 である。

各図の赤色の曲線は Klöppel & Scheer によって与えられた、最も厳密解に近いと考えられる座屈係数と縦横比の関係である¹³⁾。ただし、この関係は、文献のグラフから読み取ったものである。青色の曲線は、宇佐美によって、直交異方性板理論を用いて、座屈波形に対してサインの低次 3 項を考慮して解かれたものであり、次式で与えられる¹⁴⁾。

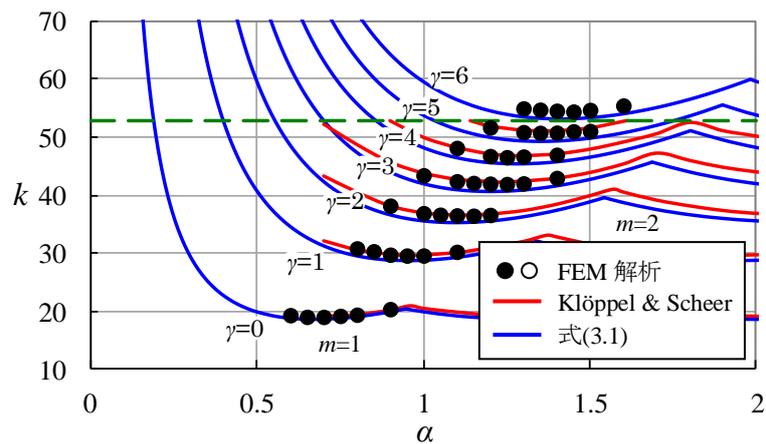
$$k = \frac{9\pi^2}{32Z^2(1+s\delta)} \sqrt{\frac{\left\{ \left(1+Z^2\right)^2 + s\gamma \right\} \left\{ \left(1+4Z^2\right)^2 + s\gamma \right\}}{1 + \left(\frac{27}{25}\right)^2 \frac{\left(1+Z^2\right)^2 + s\gamma}{\left(1+9Z^2\right)^2 + s\gamma}}} \quad (3.1)$$

有限要素法による解析値が Klöppel & Scheer の曲線上に乗っているので、有限要素法による座屈解析は適切であるといえる。式(3.1)は、有限要素法による解析値および Klöppel & Scheer の曲線より幾分低い値を与える。

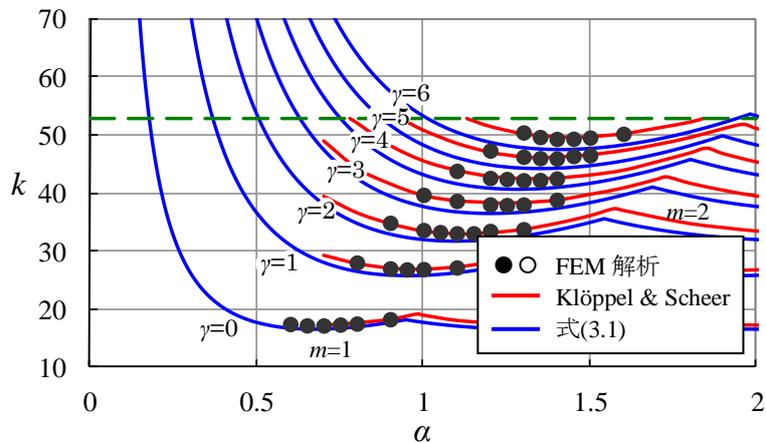
図-3.3(a)と(b)から分かるように、式(2.35)によって与えられる座屈係数の限界値より大きな値で、全体座屈が発生している。



(a) $\delta=0.05$



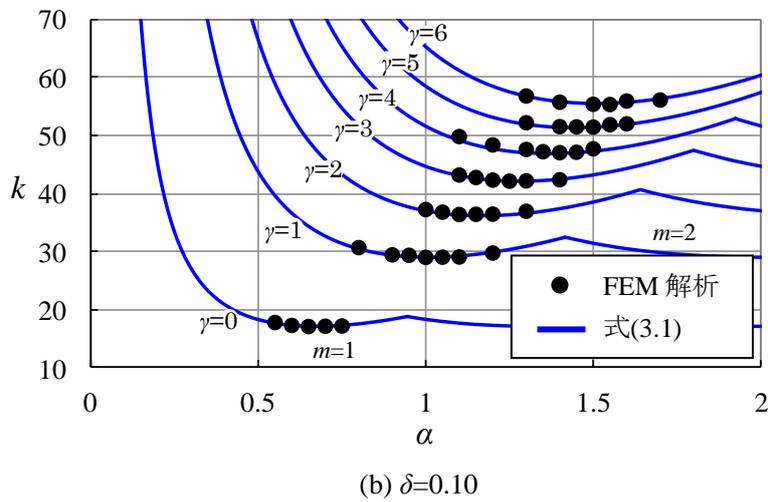
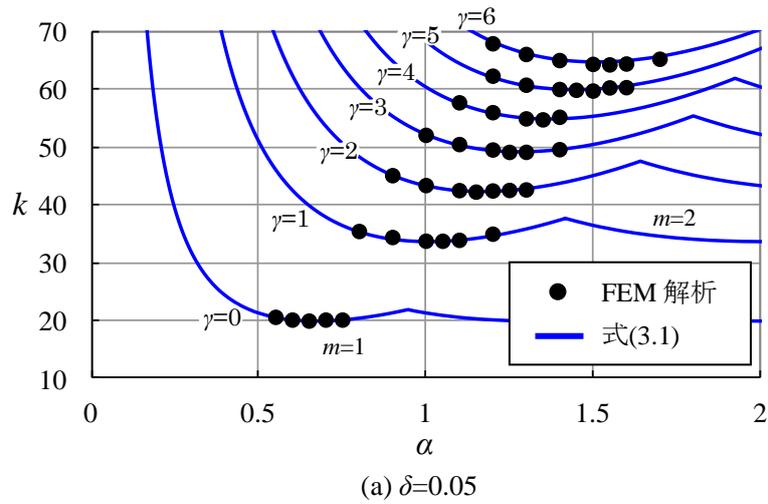
(b) $\delta=0.10$



(c) $\delta=0.15$

図-3.3 座屈係数と縦横比の関係 ($s=3$)

板要素数 $s=4$ に対する座屈係数 k と縦横比 α の関係を図-3.4 に示す (数値データは付録 A 参照). 式(2.35)によって与えられる座屈係数の限界値は 84 であるので, この値は図の範囲外である. 有限要素法による解析値は, 式(3.1)が与える曲線にほぼ一致する. 式(3.1)は, 直交異方性板理論によって得られたものである. 直交異方性板においては, 板幅で平均化された突起の曲げ剛性が板の板曲げ剛性に付加される. したがって直交異方性板理論によって与えられる座屈係数は突起の本数が増えるに従って厳密解に近づく. したがって式(3.1)は, 板要素数が 4 以上の場合に対して厳密解を与えているといえる.



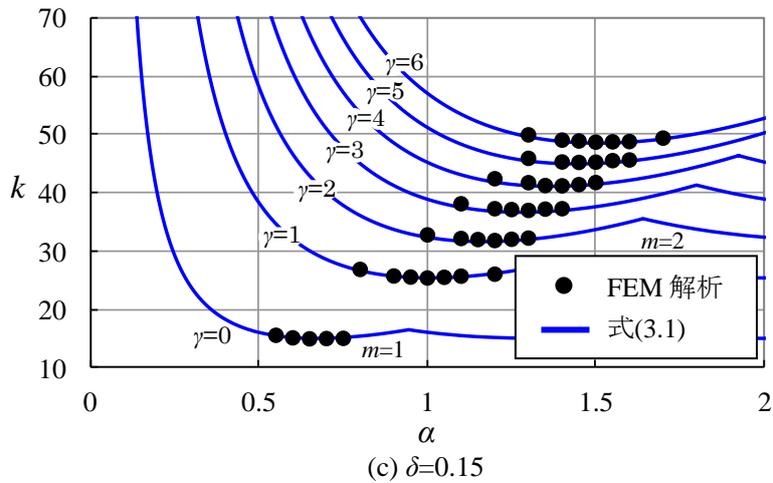


図-3.4 座屈係数と縦横比の関係 ($s=4$)

板要素数 $s=2$ に対する座屈係数 k と縦横比 α の関係を図-3.5 に示す (数値データは付録 A 参照). 有限要素法による座屈解析において, 突起断面積比 δ が 0.05, 0.10, 0.15 に対して k と α の関係が変化しないことを確認した. これは, 突起が板の中央に存在し, この位置の面内曲げ応力の値がゼロであり, 突起が圧縮応力を受けないためである. 中塗りされた記号が全体座屈, 中抜きされた記号が局部座屈を表している. 緑の破線は, 式(2.35)より 30.54 である. しかし, この座屈係数の限界値より小さい値で局部座屈が発生している. 有限要素法による座屈解析が与える座屈係数の限界値は, オレンジ色の破線によって表され, 突起剛比 $\gamma=0.5$ に対する座屈係数の最小値 27.24 である.

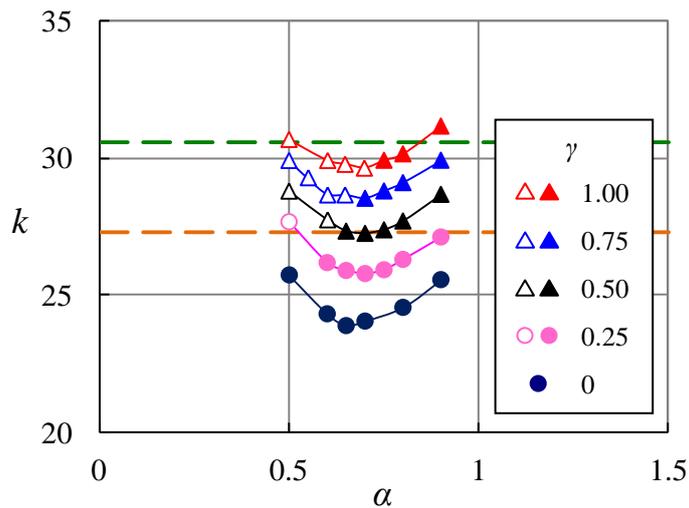


図-3.5 座屈係数と縦横比の関係 ($s=2$)

3.3 座屈係数の最小値と突起剛比の関係

宇佐美は、純圧縮と純曲げを同時に受ける長方形板の座屈係数の近似式を提案した¹⁴⁾。純曲げを受ける長方形板の近似式は次式で与えられる。

$$k = 5.95 \frac{(1+Z^2)^2 + s\gamma}{Z^2(1+s\delta)} \quad (3.2)$$

$\partial k/\partial Z=0$ より、 k が最小になる Z の値が次式で与えられる。

$$Z = (1+s\gamma)^{0.25} \quad (3.3)$$

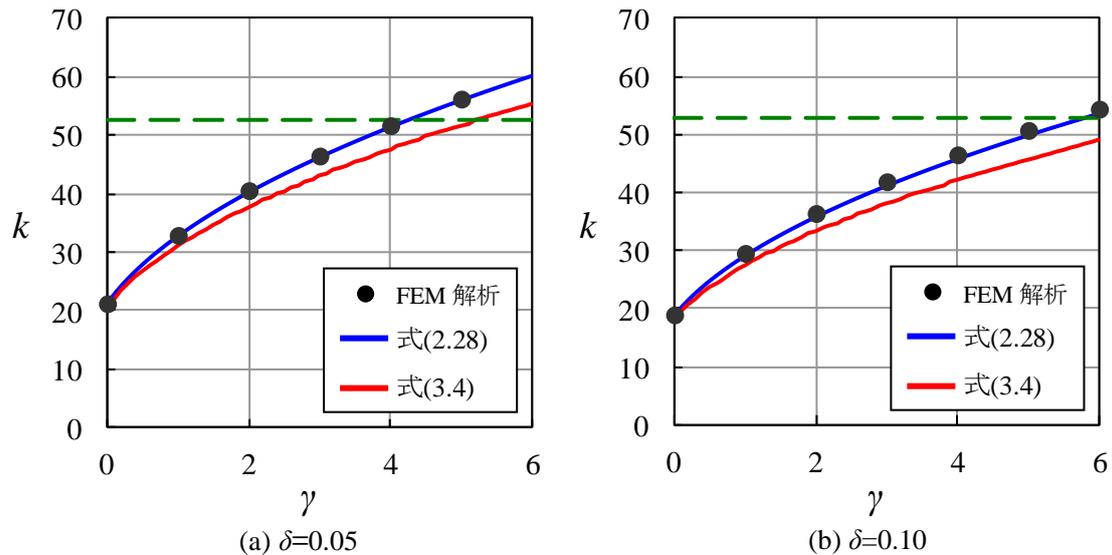
この式を式(3.2)に代入して、 k の最小値が次式で与えられる。

$$k = 11.9 \frac{1 + \sqrt{1+s\gamma}}{1+s\delta} \quad (3.4)$$

座屈係数を与える式(2.28)と(3.4)，ならびに座屈波長を与える式(2.29)と(3.3)をそれぞれ比較すると、式の形式は類似しているが、係数が異なっている。有限要素法による解析値とこれらの式が与える値を比較することにより、どの式が最も適しているか明らかにする。

【板要素数 3】

座屈係数の最小値 k と突起剛比 γ の関係を図-3.6 に示す (数値データは付録 B 参照)。突起断面積比 δ の値が異なる各場合について、式(2.28)が与える曲線の上に有限要素法による解析値が載っている。



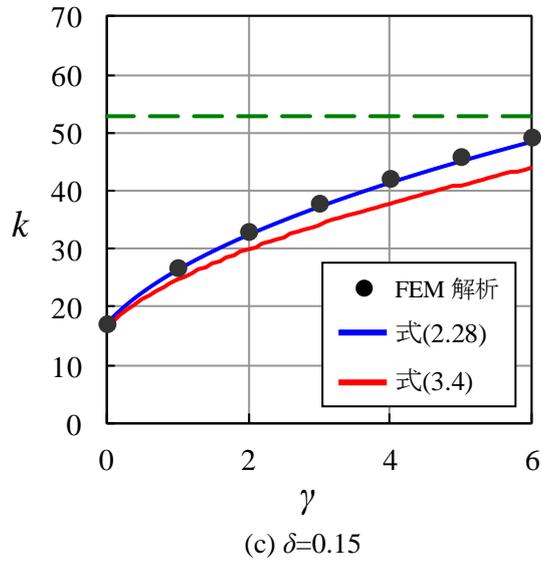


図-3.6 座屈係数の最小値と突起剛比の関係 ($s=3$)

座屈係数の最小値を与える座屈波長 Z と突起剛比 γ の関係を図-3.7 に示す (数値データは付録 B 参照). 式(2.29)が与える曲線の上に有限要素法による解析値が載っている. 式(2.29)が与える曲線および有限要素法による解析値は, 座屈波長が突起断面積比に依存しないことを示している.

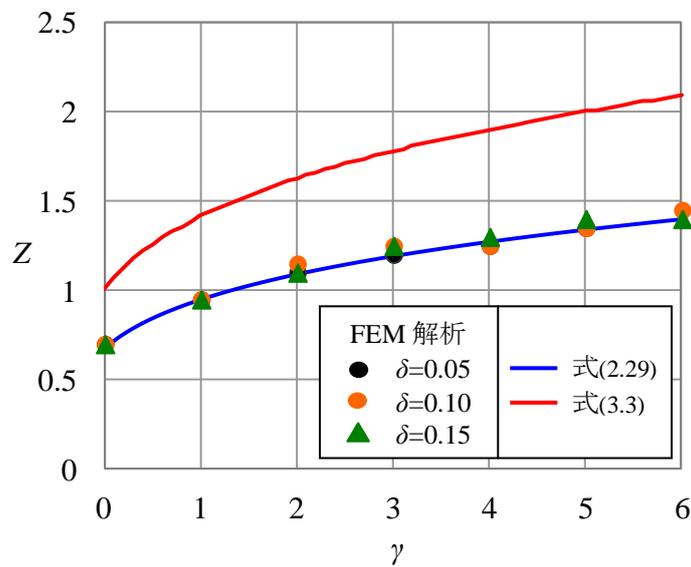


図-3.7 座屈波長と突起剛比の関係 ($s=3$)

【板要素数 4】

座屈係数の最小値 k と突起剛比 γ の関係を図-3.8 に示す (数値データは付録 B 参照). 式

(2.28)が与える曲線の上に有限要素法による解析値が載っている。

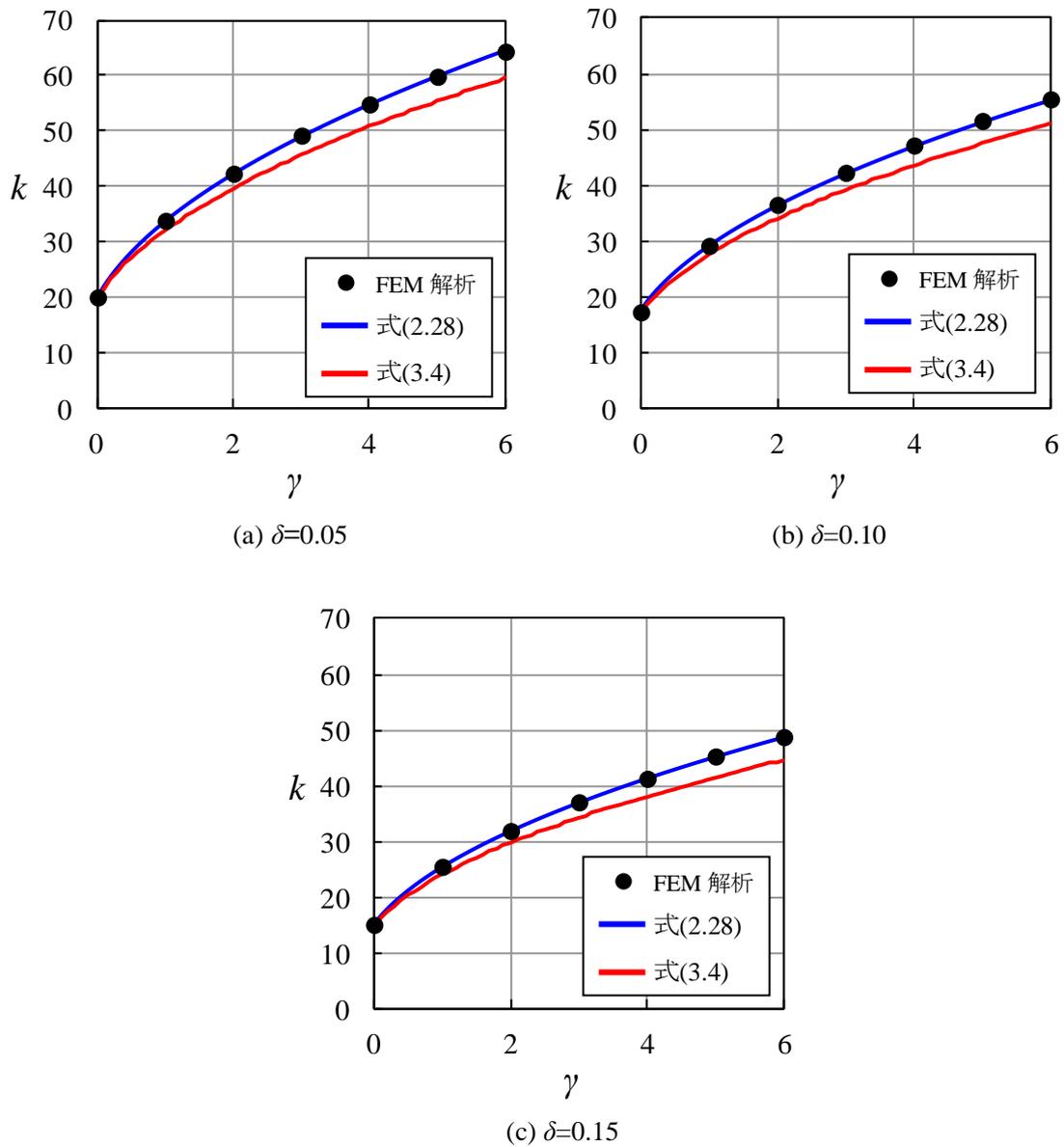


図-3.8 座屈係数の最小値と突起剛比の関係 ($s=4$)

座屈係数の最小値を与える座屈波長 Z と突起剛比 γ の関係を図-3.9 に示す (数値データは付録 B 参照). 式(2.29)が与える曲線の上に有限要素法による解析値が載っている。

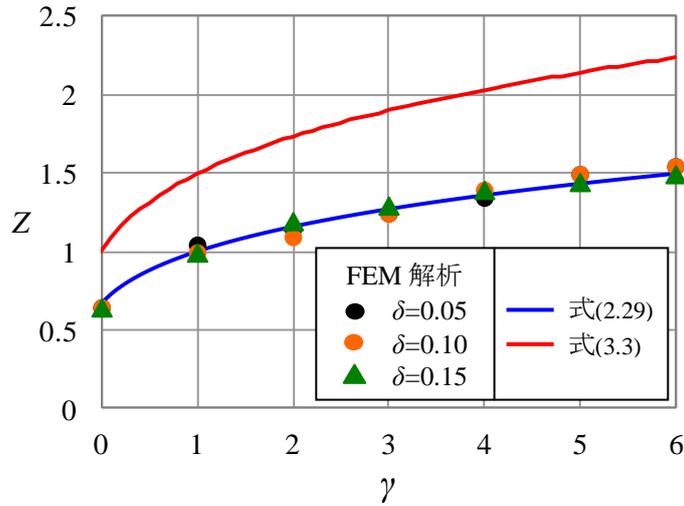


図-3.9 座屈波長と突起剛比の関係 ($s=4$)

【板要素数 2】

座屈係数の最小値 k と突起剛比 γ の関係を図-3.10 に示す (数値データは付録 B 参照). 式(3.4)は突起断面積比 δ によって変化する. 有限要素法による解析値は突起断面積比 δ によって変化せず, 式(2.28)が与える曲線の上に載っている. 座屈係数の最小値を与える座屈波長 Z と突起剛比 γ の関係を図-3.11 に示す (数値データは付録 B 参照). 式(2.29)が与える曲線の上に有限要素法による解析値が載っている.

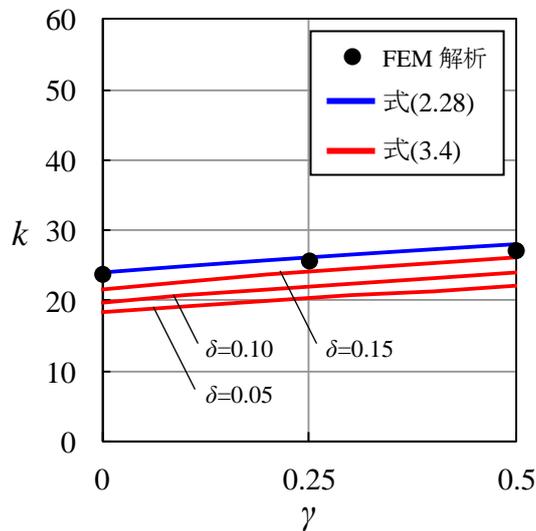


図-3.10 座屈係数の最小値と突起剛比の関係 ($s=2$)

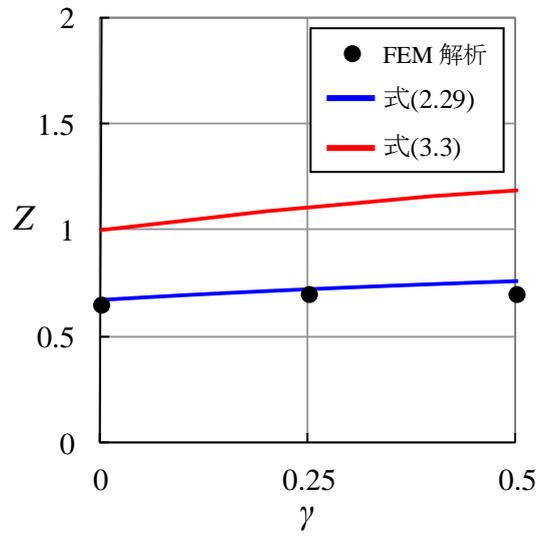


図-3.11 座屈波長と突起剛比の関係 ($s=2$)

以上より，式(2.28)と(2.29)の方が式 (3.3)と(3.4)より適切であるといえる．

第4章 突起付きアルミニウム合金板の断面形状決定法

4.1 断面積減少率

突起付き長方形板を桁のウェブに適用する場合、減少したウェブ断面が分担していた曲げモーメントは上下フランジを大きくすることによって補うことができる。しかし、このとき、突起付き長方形板は座屈を起こしてはならない。すなわち、突起付き長方形板には、所定の座屈強度を維持することが求められる。次に、純曲げを受ける突起無し長方形板の座屈強度を維持する、突起付き長方形板の断面形状を求める。

純曲げを受ける4辺単純支持された突起無し長方形板の座屈強度は次式で与えられる。

$$\sigma_{cr} = 23.9 \frac{\pi^2 E}{12(1-\mu^2)\beta_0^2} \quad (4.1)$$

$$\beta_0 = \frac{b}{T} \quad (4.2)$$

ここに、 β_0 : 突起無し長方形板の幅厚比
 b : 板幅
 T : 突起無し長方形板の板厚

突起付き長方形板の座屈強度を与える式(2.3)と突起無し長方形板の座屈強度を与える式(4.1)の σ_{cr} を等値して、次式を得る。

$$\frac{k}{23.9} = \left(\frac{\beta}{\beta_0} \right)^2 \quad (4.3)$$

一つの突起の断面二次モーメントと断面積はそれぞれ次式で与えられる。

$$I_r = \frac{c_3 t_2 b_2^3}{3} \quad (4.4)$$

$$A_r = c_3 t_2 b_2 \quad (4.5)$$

ここに、 t_2 : 突起の厚さ
 b_2 : 突起の片側の幅
 c_3 : 図-4.1を参照して、突起が片側の場合1、両側の場合2

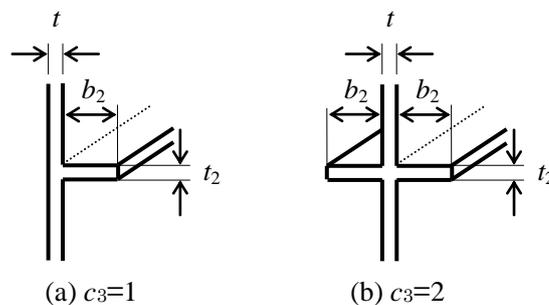


図-4.1 片側突起と両側突起

式(4.4)と(2.11)を式(2.9), 式(4.5)を式(2.10)に代入してそれぞれ次式を得る.

$$\gamma = \frac{4(1-\mu^2)c_3\beta_r^3\xi^4}{\beta} \quad (4.6)$$

$$\delta = \frac{c_3\beta_r\xi^2}{\beta} \quad (4.7)$$

ここに, $\beta_r = \frac{b_2}{t_2}$ (4.8)

$$\xi = \frac{t_2}{t} \quad (4.9)$$

β_r : 突起の幅厚比

ξ : 突起付き長方形板の板厚に対する突起の厚さの比

式(4.6)と(4.7)を式(2.28)に代入して次式を得る.

$$k = 10.62 \frac{1 + 1.25 \sqrt{1 + \frac{4(1-\mu^2)c_1c_3s\beta_r^3\xi^4}{\beta}}}{1 + \frac{c_2c_3s\beta_r\xi^2}{\beta}} \quad (4.10)$$

式(4.10)を式(4.3)に代入し, ξ について整理すると次式を得る.

$$(H_1 - H_2^2)\xi^4 - 2H_2H_3\xi^2 - H_3^2 + 1 = 0 \quad (4.11)$$

ここに, $H_1 = \frac{4(1-\mu^2)c_1c_3s\beta_r^3}{\beta}$ (4.12)

$$H_2 = 1.8 \frac{c_2c_3s\beta\beta_r}{\beta_0^2} \quad (4.13)$$

$$H_3 = 1.8 \left(\frac{\beta}{\beta_0} \right)^2 - 0.8 \quad (4.14)$$

式(4.11)を解いて次式を得る.

$$\xi = \sqrt{\frac{H_2H_3 + \sqrt{H_1(H_3^2 - 1) + H_2^2}}{H_1 - H_2^2}} \quad (4.15)$$

突起無し長方形板の断面積 A_0 と突起付き長方形板の断面積 A はそれぞれ次式で表される.

$$A_0 = bT \quad (4.16)$$

$$A = bt + c_3(s-1)b_2t_2 \quad (4.17)$$

突起無し長方形板の断面積に対する突起付き長方形板の断面積の比, すなわち断面積減少率 η が次式で与えられる.

$$\eta = \frac{A}{A_0} = \frac{bt + (s-1)c_3b_2t_2}{b_0T} = \frac{\beta_0}{\beta} \left\{ 1 + \frac{(s-1)c_3\beta_r\xi^2}{\beta} \right\} \quad (4.18)$$

2.2節で述べたように、突起付き長方形板が全体座屈を起こす場合の座屈強度は、突起で区切られた板要素が局部座屈を起こす場合の座屈強度を超すことはない。したがって、 $s \geq 3$ の場合、式(4.3)と(2.35)を式(2.30)に代入し、 $s=2$ の場合、式(4.3)と $k_{Ml}=27.24$ を式(2.30)に代入し、さらに β は β_0 以上であることを考慮して次式を得る。

$$\beta_0 \leq \beta \leq \beta_{Ml} \quad (4.19)$$

$$\beta_{Ml} = \begin{cases} 1.06\beta_0 & (s=2) \\ s \sqrt{\frac{8.4s}{23.9(2.1s-2)}} \beta_0 & (s \geq 3) \end{cases} \quad (4.20)$$

β_{Ml} は突起付き長方形板の幅厚比の上限値である。

突起無し長方形板の幅厚比 β_0 、突起の幅厚比 β_r 、パネル数 s を既知量として、突起付き長方形板の板厚比 ξ と幅厚比 β の関係が式(4.15)で与えられ、これを式(4.18)に代入して、断面積減少率 η と幅厚比 β の関係が与えられる。

4.2 突起無し長方形板の幅厚比

式(4.15)と(4.18)によって決められた断面形状を有する突起付き長方形板の耐荷力は、突起無し長方形板の耐荷力より大きいことが次章で示めされる。突起無し長方形板の曲げ耐荷力は文献10)で与えられている。

突起無し長方形板の幅厚比 β_0 と幅厚比パラメータ R の関係は次式で与えられる。

$$\beta_0 = \pi \sqrt{\frac{23.9}{12(1-\mu^2)} \frac{E}{\sigma_{0.2}}} R \quad (4.21)$$

ここに、 $\sigma_{0.2}$ ：アルミニウム合金の0.2%耐力

突起無し長方形板の曲げ耐荷力がアルミニウム合金の0.2%耐力を維持する、幅厚比パラメータの限界値 $R_{1.0}$ は、A6061-T6とA6005C-T5の6000系アルミニウム合金とA5083-Oに対して、それぞれ0.94と0.82である¹⁰⁾。 $R_{1.0}$ に対する β_0 の値が、式(4.21)のヤング率 E に70GPa、ポアソン比 μ に0.3を用い、アルミニウム合金の0.2%耐力 $\sigma_{0.2}$ に対して、アルミニウム合金土木構造物設計・製作指針案¹⁸⁾(以後、JAA指針と呼ぶ)で規定される値を用いて、表-4.3に示すように与えられる。

表-4.3 β_0 の値

アルミニウム合金	$R_{1.0}$	$\sigma_{0.2}$ (MPa)	β_0
A6061-T6	0.94	245	74
A6005C-T5	0.94	175	87
A5083-O	0.82	127	89

4.3 突起の幅厚比に対する制限

突起の幅厚比に対する制限は、圧縮を受ける自由突出板の耐荷力がアルミニウム合金の0.2%耐力を維持する幅厚比パラメータの限界値で決める。この限界値は、A6061-T6 と A6005C-T5 の 6000 系アルミニウム合金と A5083-O に対して、それぞれ 0.49 と 0.40 である¹¹⁾。したがって、突起の幅厚比に対する制限が次式で与えられる。

$$\beta_r \leq \begin{cases} 0.49\pi \sqrt{\frac{0.425}{12(1-\mu^2)} \frac{E}{\sigma_{0.2}}} & (\text{A6061-T6, A6005C-T5}) \\ 0.40\pi \sqrt{\frac{0.425}{12(1-\mu^2)} \frac{E}{\sigma_{0.2}}} & (\text{A5083-O}) \end{cases} \quad (4.22)$$

式(4.22)のヤング率 E に 70GPa, ポアソン比 μ に 0.3 を用い, アルミニウム合金の 0.2% 耐力 $\sigma_{0.2}$ に対して, JAA 指針¹⁸⁾で規定される値を用いて, 突起の幅厚比に対する制限が表-4.4 に示すように与えられる。

表-4.4 突起の幅厚比の制限

アルミニウム合金	$\sigma_{0.2}$ (MPa)	β_r
A6061-T6	245	5.1
A6005C-T5	175	6.0
A5083-O	127	5.8

4.4 断面積減少率と幅厚比の関係

アルミニウム合金 A6061-T6 の $\beta_0=74$ (表-4.3 参照), $\beta_r=5$ (表-4.4 参照) に対して, 式(4.15) と(4.18)によって得られる断面積減少率 η と幅厚比 β の関係について, 両側突起と片側突起の比較を図-4.2 に示す。各図の白丸は, 式(4.20)によって与えられる突起付き長方形板の幅厚比の上限値 β_{Ml} である。破線は適用範囲外である。同一の β の値に対して, η は片側突起の方が両側突起より小さくなる。したがって, 片側突起の方が両側突起より有利である。

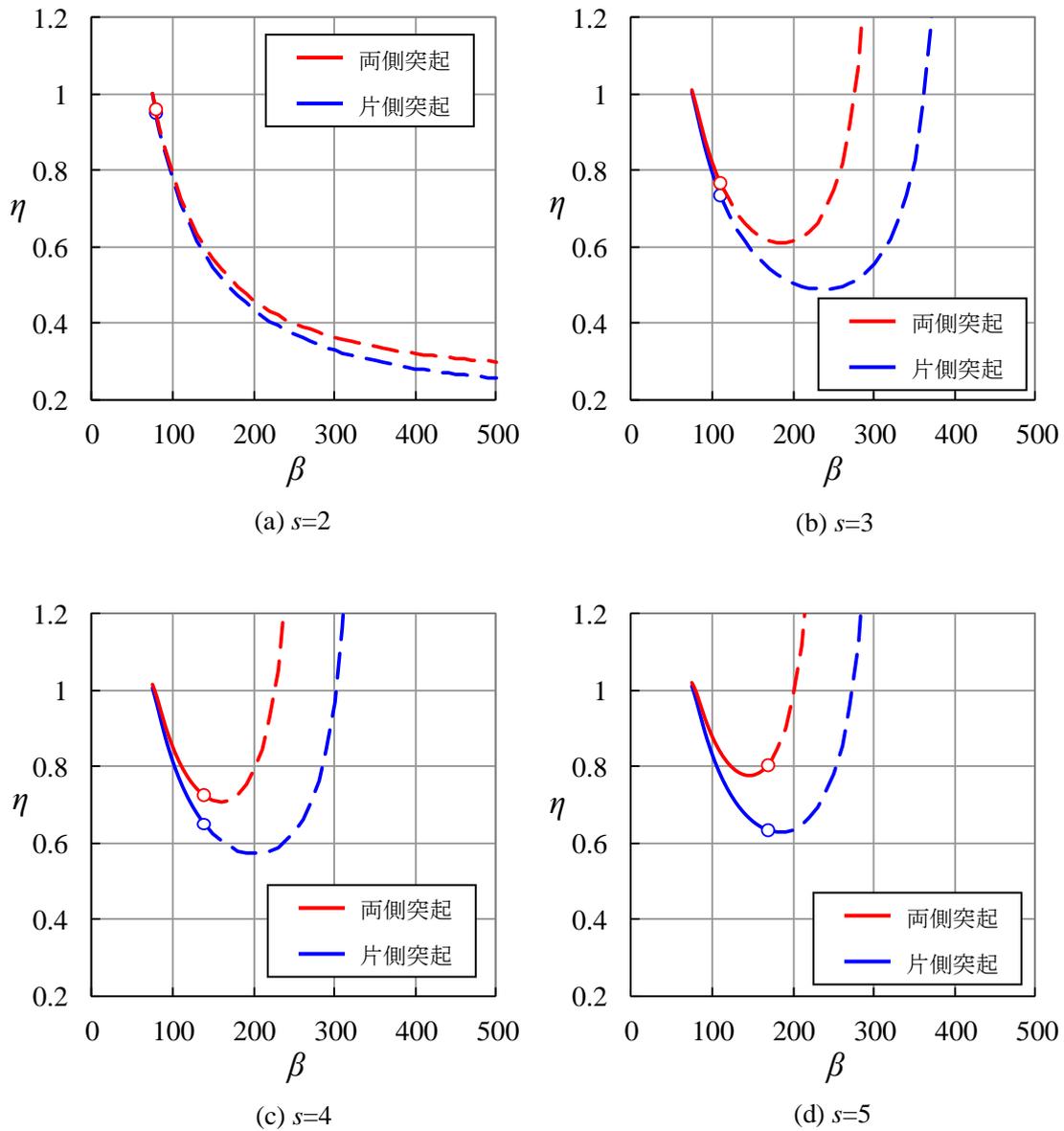


図-4.2 片側突起と両側突起の比較 (A6061-T6)

次に、片側突起に対して、パネル数 s を変数とした、 η と β の関係を図-4.3 に示す。パネル数が多くなるに従って η の最小値は低下し、 $s=5$ のとき、 η の最小値は最も低下するが、パネル数が 5 を超えると、パネル数が増えるに従って、 η の最小値は上昇する。 $s=4$ と 5 の η の最小値 (図-4.3 の白丸に対応) に対する断面形状を図-4.4 に示す。同図は、例として、 $b=600\text{mm}$ に対する断面図である。 $s=5$ の η の値が $s=4$ のそれよりわずかに小さいが、 $s=5$ の β の値は $s=4$ のそれよりかなり大きくなる。大きな幅厚比を持つ突起付きパネルは、小さな幅厚比のそれより、耐荷力に達した後の荷重の低下が急であることが予想されるので、 η の最小値のこの程度の違いであれば、実際の設計で使用するパネル数は 4 がよいと考える。

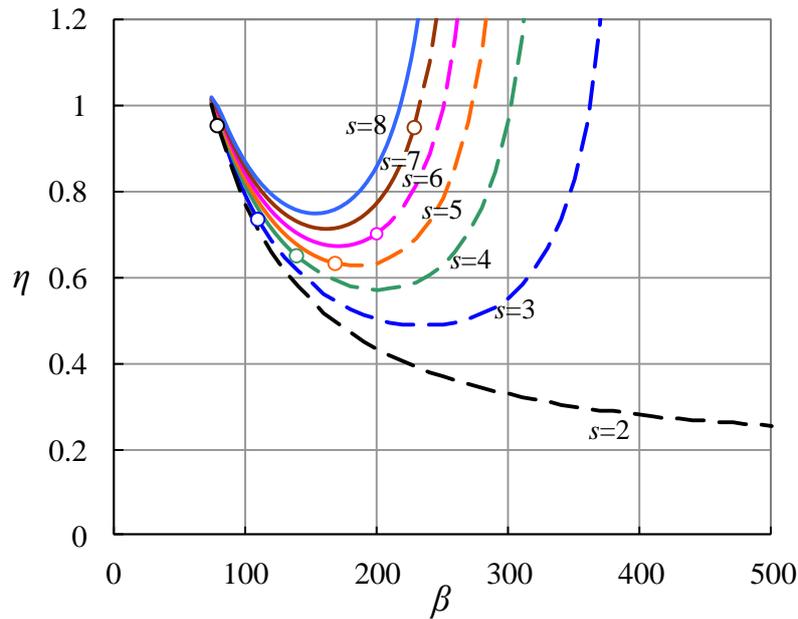


図-4.3 断面積減少率と幅厚比の関係 (A6061-T6)

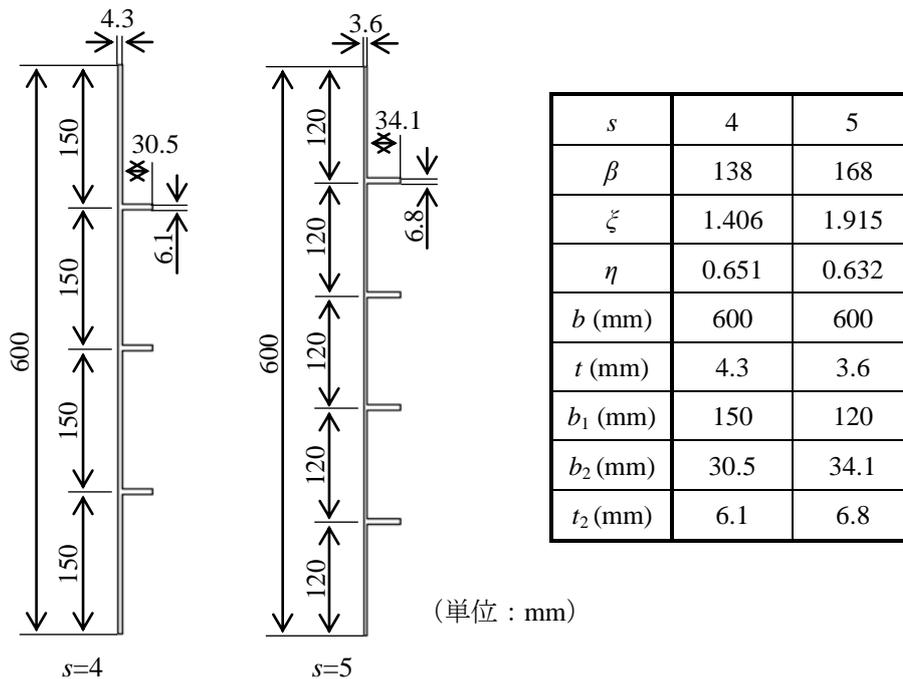


図-4.4 断面形状 (A6061-T6)

アルミニウム合金 A6005C-T5 の $\beta_0=87$ (表-4.3 参照), $\beta_r=6$ (表-4.4 参照) に対する断面積減少率と幅厚比の関係を図-4.5 に示す. これは, 片側突起に対するものである. A6061-T6 の場合と同様, $s=5$ のとき, η の最小値が最も低下する. $s=4, 5, 6$ の η の最小値 (図-4.5 の白丸に対応) に対する断面形状を図-4.6 に示す. 例として, $b=600\text{mm}$ に対する断面図で

ある. $s=5, 6, 4$ の順番で η の最小値は増加するが, 増加の程度は小さいので, 実際の設計で使用するパネル数は, β の値が最も小さい 4 がよいと考える.

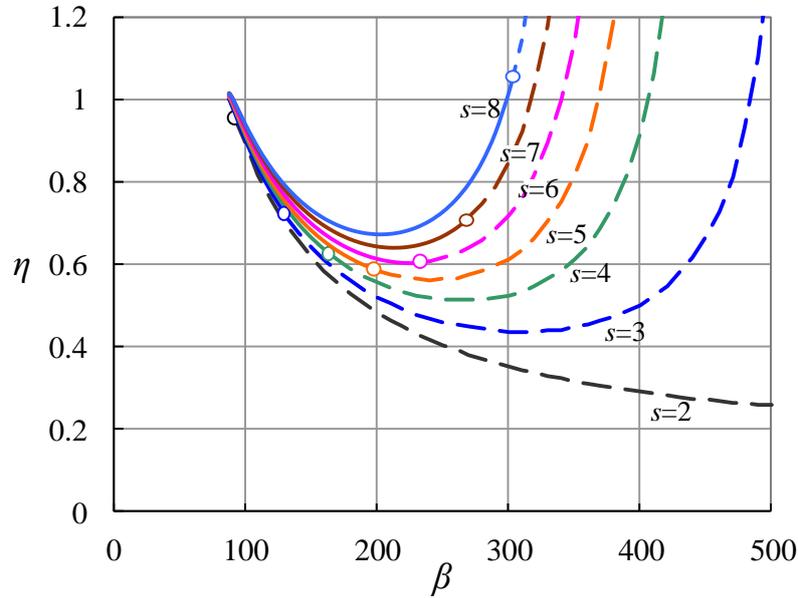


図-4.5 断面積減少率と幅厚比の関係 (A6005C-T5)

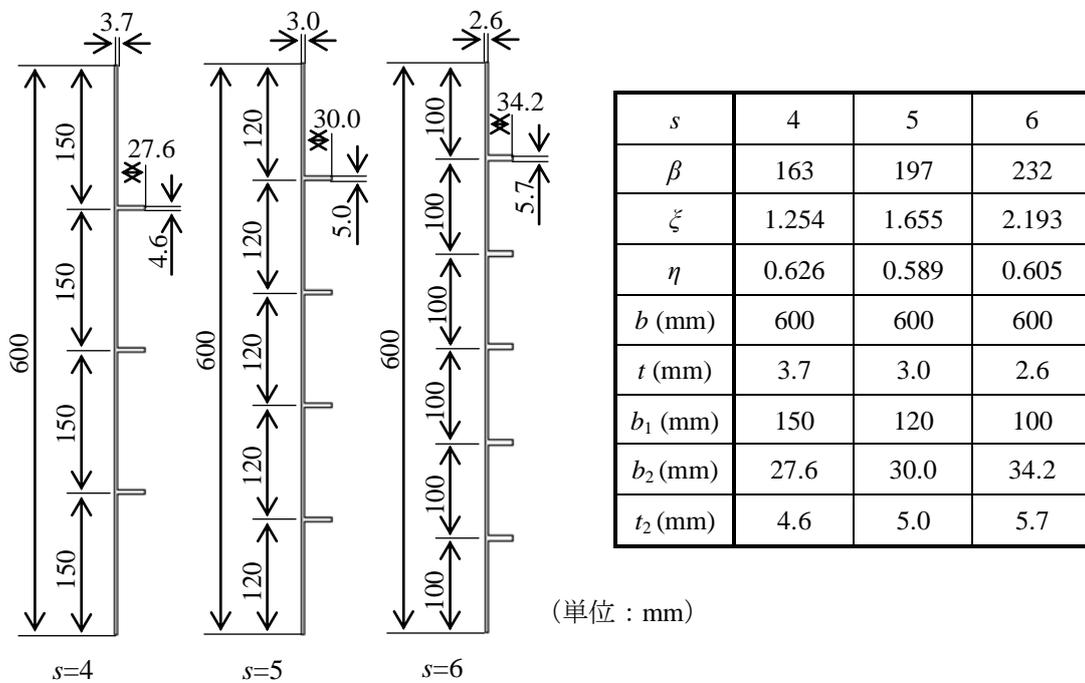


図-4.6 断面形状 (A6005C-T5)

アルミニウム合金 A5083-O の $\beta_0=89$ (表-4.3 参照), $\beta_r=5$ (表-4.4 参照) に対する断面積減少率と幅厚比の関係を図-4.7 に示す. これは, 片側突起に対するものである. $s=5$ のとき, η の最小値は最も低下する. $s=4$ と 5 の η の最小値 (図-4.7 の白丸に対応) に対する断面形状を図-4.8 に示す. 例として, $b=600\text{mm}$ に対する断面図である. $s=4$ と 5 の η の最小値の違いがわずかであるので, 実際の設計で使用するパネル数は, β の値が小さい 4 がよいと考える.

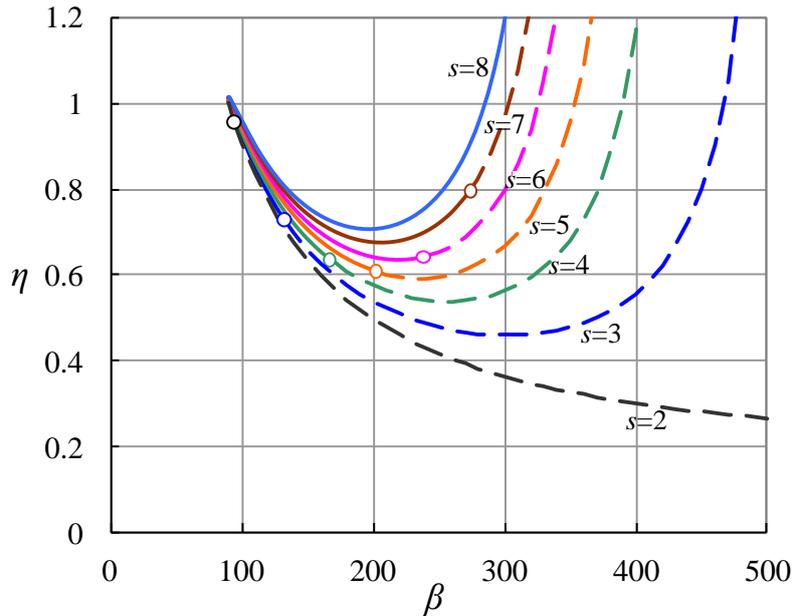


図-4.7 断面積減少率と幅厚比の関係 (A5083-O)

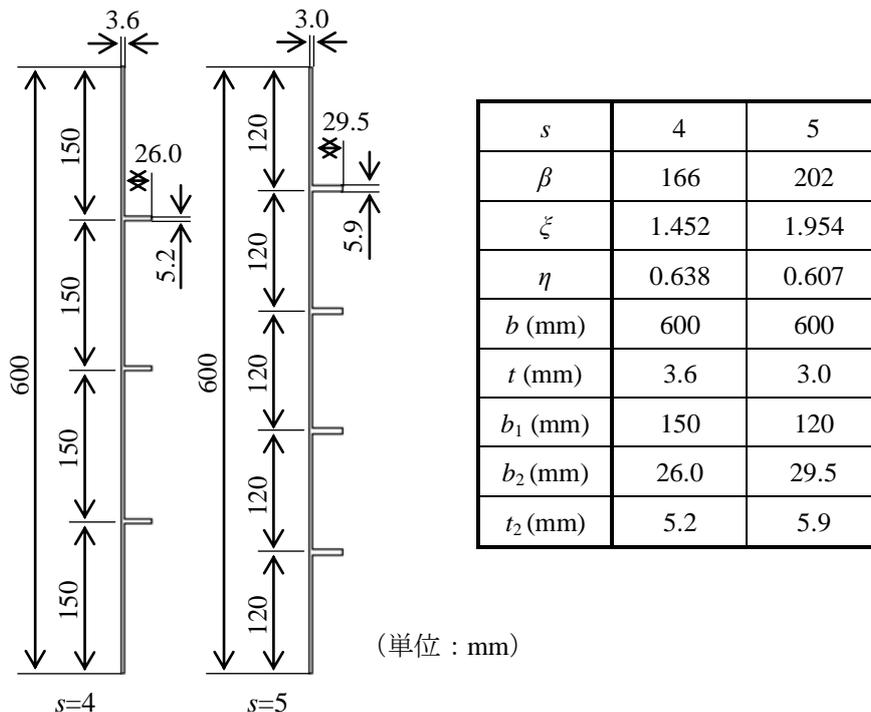


図-4.8 断面形状 (A5083-O)

以上より，アルミニウム合金 A6061-T6，A6005C-T5，A5083-O に対して，いずれも突起付き長方形板のパネル数は 4 がよいと考える．

第 5 章 突起付き長方形板の耐荷力

5.1 解析対象

4 章で決定された断面形状を有する突起付き長方形板の耐荷力を調べる．アルミニウム合金の応力-ひずみ関係に対して次式を用いる¹⁹⁾．

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{E} + 0.002 \left(\frac{\sigma}{\sigma_{0.2}} \right)^n \quad (\sigma \leq \sigma_{0.2}) \quad (5.1)$$

$$\sigma = \sigma_{0.2} \quad (\sigma > \sigma_{0.2}) \quad (5.2)$$

ここに、 ε : ひずみ
 σ : 応力
 E : ヤング係数 (70GPa)
 $\sigma_{0.2}$: アルミニウム合金の 0.2% 耐力
 n : アルミニウム合金のひずみ硬化パラメータの値

アルミニウム合金 A6061-T6 と A5083-O に対する $\sigma_{0.2}$ と n の値を表-5.1 に示す．

表-5.1 アルミニウム合金の 0.2% 耐力とひずみ硬化パラメータの値

	σ _{0.2} (MPa)	n
A6061-T6	245	29.1
A5083-O	127	5.3

突起付き長方形板の長さは座屈波長とする．式(2.29)を式(2.6)に代入し、 $m=1$ と置き、さらに式(4.6)を用いて、突起付き長方形板の長さが次式で与えられる．

$$a = \frac{2}{3} b \left\{ 1 + \frac{4(1-\mu^2)c_3 s \beta_r^3 \xi^4}{\beta} \right\}^{c_4} \quad (5.3)$$

次節で示す図-5.1 を参照して、突起付き長方形板の初期たわみを次式で与える．

$$w_0 = \frac{b}{250} \sin\left(\frac{\pi x}{a}\right) \sin\left(\frac{\pi y}{b}\right) \quad (5.4)$$

ここに、 w_0 : 突起付き長方形板の初期たわみ
 $b/250$ は最大初期たわみであり、この大きさは JAA 指針¹⁸⁾で規定される桁ウェブの製作精度に対応している．

5.2 有限要素法による弾塑性有限変位解析

汎用有限要素プログラム MARC¹⁷⁾を用いて、面内曲げを受ける突起付き長方形板の弾塑性有限変位解析を行なう。図-5.1 に示すように、対称性より、突起付き長方形板の左側半分を要素分割する。長方形板および突起ともに、8 節点厚肉シェル要素 (MARC の要素タイプ 22) で要素分割する。長方形板の境界条件は、突起の端部を除いて、3 章の座屈解析と同じである。突起の端辺に関しては、 x 軸方向と y 軸方向の変位を、それぞれ、突起が長方形板の端辺と交差する節点の x 軸方向と y 軸方向の変位と同じにする。長方形板の要素分割の仕方は 3 章の座屈解析と同じである。

突起の要素分割数と耐荷力の関係を表-5.3 に示す。解析対象は、アルミニウム合金 A6061-T6 で、表-5.2 に示す 3 パネルの突起付き長方形板である。 $(0, b/2)$ の節点に与える強制回転角に対する反力モーメントの最大値を式(2.12)の M_{cr} に代入し、耐荷力 σ_u を得る。耐荷力 σ_u は A6061-T6 の 0.2% 耐力 $\sigma_{0.2}=245\text{MPa}$ で無次元化されている。表-5.3 より、突起の幅方向の分割数は 5 とする。

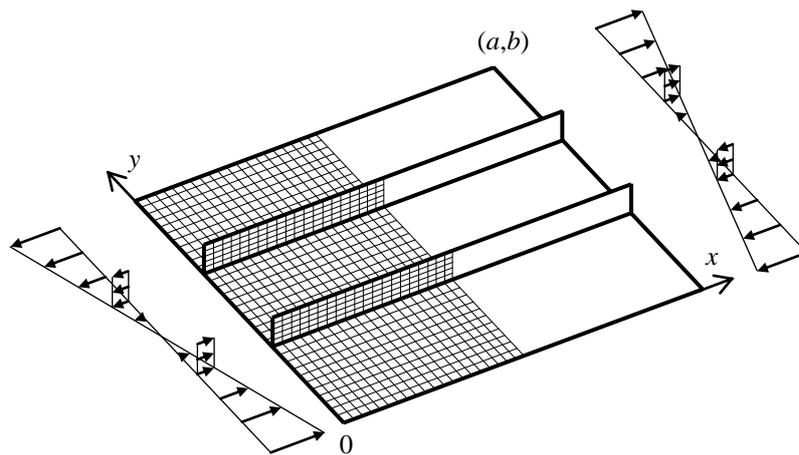


図-5.1 解析対象

表-5.2 突起付き長方形板の寸法

s	β	a (mm)	b (mm)	t (mm)	b_1 (mm)	b_2 (mm)	t_2 (mm)
3	90	716	750	8.333	250	28.2	5.649

表-5.3 突起の要素分割数と耐荷力の関係

分割数	$\sigma_u/\sigma_{0.2}$
2	1.138
5	1.137
8	1.137

5.3 耐荷力と幅厚比の関係

アルミニウム合金 A6061-T6 の突起付き長方形板の耐荷力と幅厚比の関係を図-5.2 に示す。解析対象の突起付き長方形板の寸法と耐荷力を付録 C に示す。面外変形の一例を図-5.3 に示す。耐荷力 σ_u は A6061-T6 の 0.2% 耐力 $\sigma_{0.2}=245\text{MPa}$ で無次元化されている。ピンク色の三角形の記号を通過するオレンジ色の縦の直線は、突起無し長方形板の曲げ耐荷力がアルミニウム合金の 0.2% 耐力を維持する幅厚比 β_0 (表-4.3 参照) を表している。緑色の縦の直線は式(4.20)によって与えられる突起付き長方形板が全体座屈を起こす幅厚比の上限値 β_{Ml} を表している。白丸は、突起で区切られた板要素が、図-5.3(b)と(d)に示すように、突起と材縁の間で局所の面外変形を起こして終局強度を迎える場合を示している。

突起付き長方形板の耐荷力は、幅厚比の増加に伴って、突起無し長方形板の耐荷力より大きくなるが、突起と材縁の間で局所の面外変形が生じるようになると、増加から低下に転じる。 β_0 と β_{Ml} の範囲の幅厚比に対して、突起付き長方形板の耐荷力が突起無し長方形板の耐荷力より大きい。したがって、突起無し長方形板の耐荷力により、突起付き長方形板の耐荷力を安全側に評価することができる。

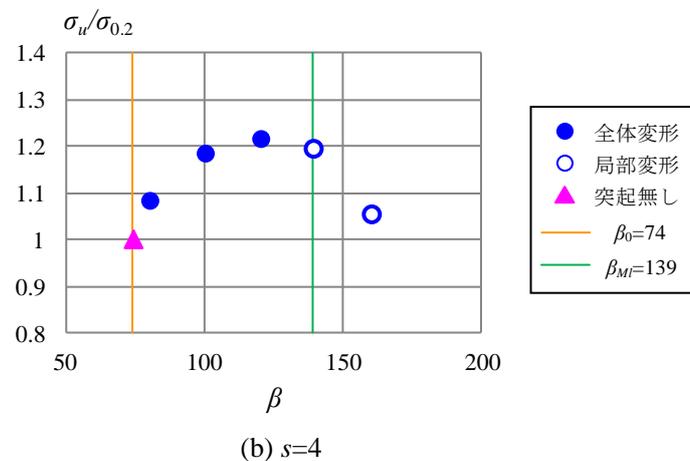
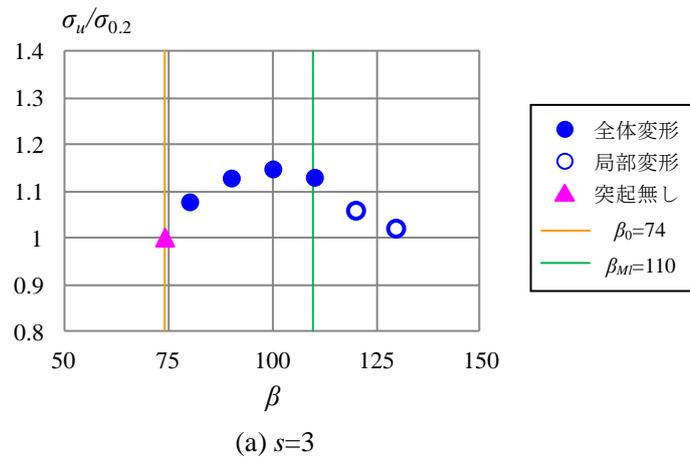


図-5.2 耐荷力と幅厚比の関係 (A6061-T6)

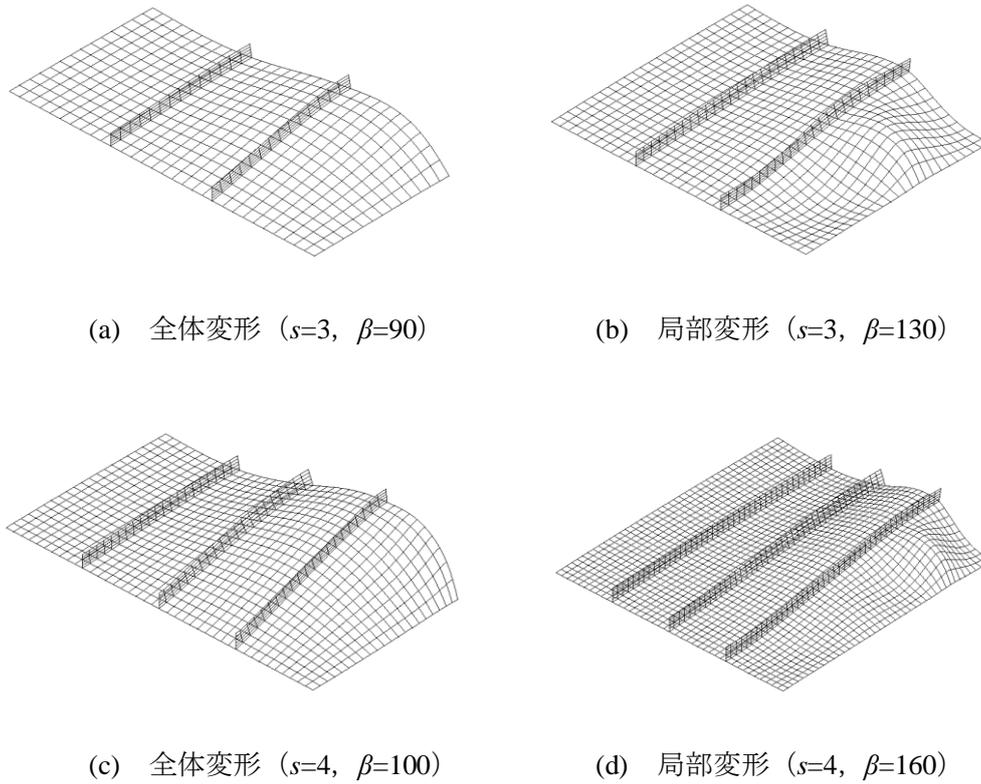
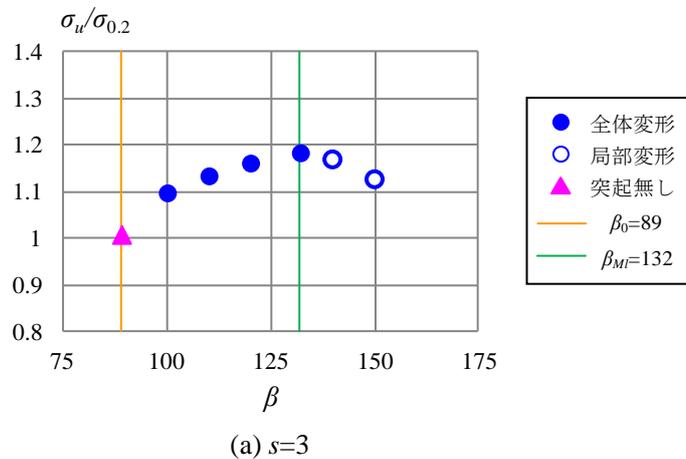


図-5.3 面外変形の例 (A6061-T6)

アルミニウム合金 A5083-O の突起付き長方形板の耐荷力と幅厚比の関係を図-5.4 に示す。解析対象の突起付き長方形板の寸法と耐荷力を付録 C に示す。面外変形の一例を図-5.5 に示す。耐荷力 σ_u は A5083-O の 0.2% 耐力 $\sigma_{0.2}=127\text{MPa}$ で無次元化されている。

A6061-T6 と同様に、 β_0 と β_M の範囲の幅厚比に対して、突起無し長方形板の耐荷力により、突起付き長方形板の耐荷力に安全側で評価することができる。



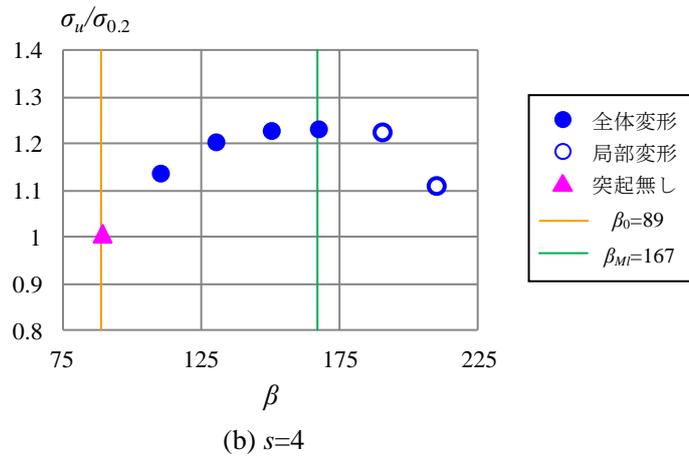


図-5.4 耐力と幅厚比の関係 (A5083-O)

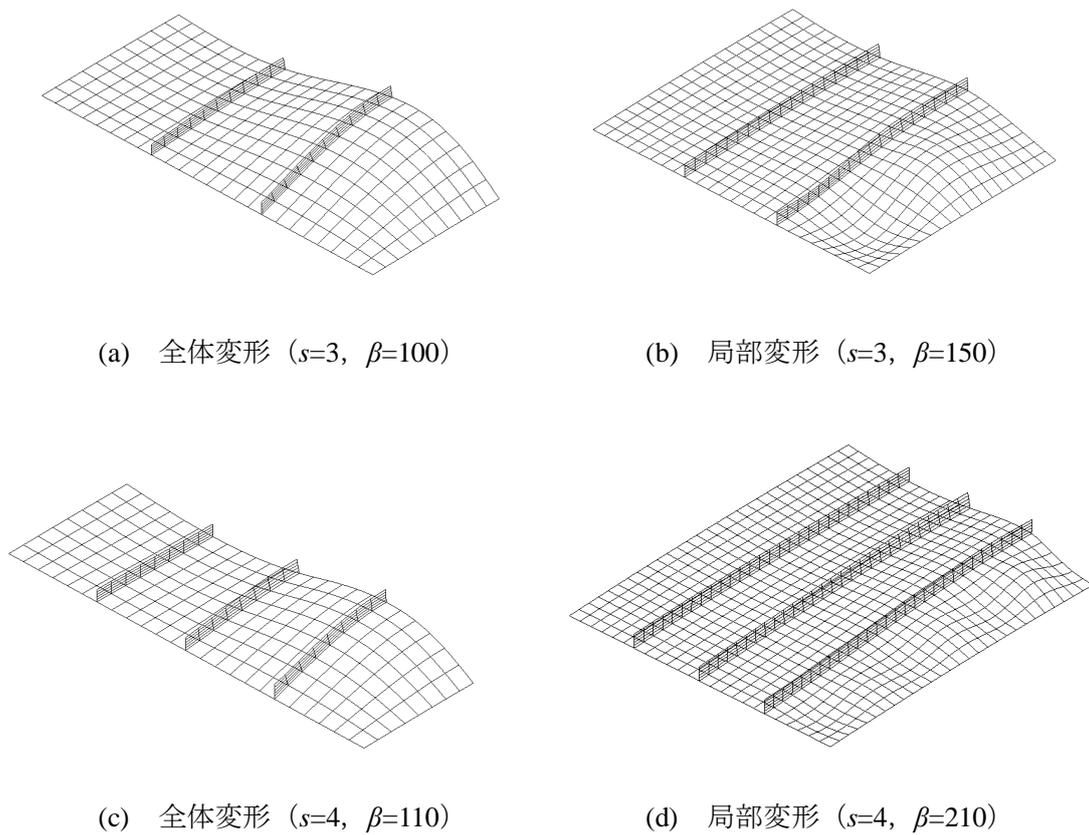


図-5.5 面外変形の例 (A5083-O)

第6章 結論

本研究は、座屈強度と終局強度を考慮して、面内曲げを受ける突起付きアルミニウム合金板の断面形状の決定法を提案した。主な結論は以下の通りである。

- (1) 突起無し長方形板の幅厚比，突起の幅厚比，パネル数を既知量として，所定の座屈強度を維持する，突起付き長方形板の板厚比（突起付き長方形板の板厚に対する突起の厚さの比）と突起付き長方形板の幅厚比の関係を式(4.15)，および断面積減少率と突起付き長方形板の幅厚比の関係を式(4.18)で与えた。両式により，突起付きアルミニウム合金板の断面形状を決定することができる。
- (2) 式(4.19)で与えられる，突起付きアルミニウム合金板が全体座屈を起こす幅厚比の範囲において，突起無し長方形板の耐荷力により，突起付き長方形板の耐荷力を安全側に評価することができる。
- (3) 突起付き長方形板の断面積は，パネル数が5のとき最も低下するが，パネル数が4のときの断面積とパネル数が5のときの断面積の違いはわずかである。したがって，パネル数4の幅厚比がパネル数5の幅厚比より小さいので，実際の設計で使用するパネル数は4がよい。
- (4) 片側突起の方が両側突起より断面積を減らすことができる。

参考文献

- 1) 鋼構造委員会：21世紀の建設材料 アルミニウム合金の可能性，土木学会平成22年度全国大会研究討論会，研-06 資料，2010.
- 2) 大倉一郎，長尾隆史，萩澤亘保：アルミニウム床版の移動トラックタイヤ載荷疲労試験による疲労耐久性評価，構造工学論文集，Vol.56A，pp.1217-1226，2010.
- 3) 日本アルミニウム協会 土木構造物委員会：道路橋用アルミニウム床版を用いた鋼桁橋—設計・製作・施工ガイドライン，2011.
- 4) アルミニウム橋研究会：蒲原ケミカル橋，<http://alst.jp/str/bridge/kanbara.htm>
- 5) 野中哲也，宇佐美勉：上路式鋼アーチ橋のRC床版をアルミニウム床版に取り替えることによる耐震性の向上，アルミニウム合金材の土木構造物への活用に関するシンポジウム，pp.138-147，2012.
- 6) 大倉一郎，北村幸嗣，赤崎圭輔，卯瀧高久，ビッグ・ラズロ・ゲルゲリ，三河克己：新しいアルミニウム合金製補剛桁の提案，構造工学論文集，Vol.51A，pp.203-210，2005.
- 7) 大倉一郎，萩澤亘保，花崎昌幸：アルミニウム構造学入門，東洋書店，2006.
- 8) 萩澤亘保，大倉一郎：アルミニウム合金 A6005C-T5 の母材と摩擦攪拌接合部の疲労強度に応力比が与える影響，土木学会論文集 A，Vol.65，No.1，pp.117-122，2009.
- 9) 大倉一郎，小笠原康二：接合位置を考慮したアルミニウム合金板の圧縮耐荷力，構造工学論文集，Vol.56A，pp.111-121，2010.
- 10) 大倉一郎，小笠原康二：接合位置と板幅がアルミニウム合金板の曲げ耐荷力に与える影響，土木学会論文集 A1 (構造・地震工学)，Vol.68，No.2，pp.287-299，2012.
- 11) 大倉一郎，小笠原康二：アルミニウム合金製自由突出板の圧縮耐荷力，ALST 研究レポート，No.12，2009.
- 12) 大倉一郎，佐藤純：摩擦攪拌接合を考慮した突起付きアルミニウム合金板の提案，ALST 研究レポート，No.11，2009.
- 13) Kurt Klöppel and Joachim Sheer: Beulwerte ausgesteifter Rechteckplatten, Verlag Von Wilhelm Ernst & Sohn, Berlin, 1960.
- 14) 宇佐美勉，福本秀士：圧縮力と曲げモーメントを受ける補剛材つき板の座屈強度と設計，土木学会論文報告集，第247号，pp.35-49，1976.
- 15) Column Research Committee of Japan: Handbook of Structural Stability, Corona Publishing Company, Ltd, Tokyo, 1971.
- 16) DIN 4114 Blatt 1: Stahlbau Stabilitätsfälle (Knickung, Kippung, Beulung), Berechnungsgrundlagen, Vorschriften, 1952.
- 17) 日本マーク：MARC，K6，2005.
- 18) 日本アルミニウム協会（旧軽金属協会）：アルミニウム合金土木構造物設計・製作指針案（第1次改定試案），1998.

- 19) 大倉一郎, 長尾隆史, 石川敏之, 萩澤亘保, 大隅心平: 構造用アルミニウム合金の応力 - ひずみ関係および, 接合によって発生する残留応力の定式化, 土木学会論文集 A, Vol.64, No.4, pp.789-805, 2008.

付録 A 座屈係数に関する有限要素解析の数値データ

図-3.3(a)の数値データ

$\gamma=0$		$\gamma=1$		$\gamma=2$		$\gamma=3$	
α	k	α	k	α	k	α	k
0.60	21.50	0.80	34.12	0.90	42.06	1.00	48.23
0.65	21.28	0.90	33.09	1.00	41.13	1.10	46.91
0.70	21.26	0.95	32.94	1.05	40.73	1.15	46.82
0.75	21.42	1.00	33.03	1.10	40.61	1.20	46.53
0.80	21.73	1.10	33.57	1.15	40.74	1.25	46.64
0.90	22.74			1.20	41.13	1.30	46.81
						1.40	47.54

$\gamma=4$		$\gamma=5$		$\gamma=6$	
α	k	α	k	α	k
1.10	52.94	1.20	57.49	1.30	61.12
1.20	51.88	1.30	56.48	1.40	60.76
1.25	51.72	1.35	56.28	1.50	59.64
1.30	51.92	1.40	56.49	1.60	59.77
1.35	52.07	1.50	57.34		
1.40	52.35				

図-3.3(b)の数値データ

$\gamma=0$		$\gamma=1$		$\gamma=2$		$\gamma=3$	
α	k	α	k	α	k	α	k
0.60	19.31	0.80	30.84	0.90	38.22	1.00	43.46
0.65	19.02	0.85	30.35	1.00	36.92	1.10	42.43
0.70	19.01	0.90	29.75	1.05	36.65	1.15	42.14
0.75	19.19	0.95	29.60	1.10	36.54	1.20	42.02
0.80	19.39	1.00	26.61	1.15	36.48	1.25	41.95
0.90	20.35	1.10	30.25	1.20	36.61	1.30	42.06
						1.40	43.00

$\gamma=4$		$\gamma=5$		$\gamma=6$	
α	k	α	k	α	k
1.10	48.18	1.20	51.72	1.30	55.01
1.20	46.78	1.30	50.91	1.35	54.78
1.25	46.59	1.35	50.79	1.40	54.60
1.30	46.69	1.40	50.82	1.45	54.46
1.40	47.00	1.45	51.06	1.50	54.74
		1.50	51.10	1.60	55.50

図-3. 3(c)の数値データ

$\gamma=0$		$\gamma=1$		$\gamma=2$		$\gamma=3$	
α	k	α	k	α	k	α	k
0.60	17.45	0.80	28.04	0.90	34.90	1.00	39.73
0.65	17.21	0.90	27.05	1.00	33.65	1.10	38.67
0.70	17.20	0.95	26.86	1.05	33.30	1.20	38.07
0.75	17.35	1.00	26.92	1.10	33.09	1.25	37.96
0.80	17.52	1.10	27.19	1.15	33.09	1.30	38.05
0.90	18.28			1.20	33.50	1.40	38.86
				1.30	33.80		

$\gamma=4$		$\gamma=5$		$\gamma=6$	
α	k	α	k	α	k
1.10	43.85	1.20	47.36	1.30	50.48
1.20	42.63	1.30	46.30	1.35	49.69
1.25	42.45	1.35	46.05	1.40	49.36
1.30	42.24	1.40	45.99	1.45	49.39
1.35	42.27	1.45	46.42	1.50	49.60
1.40	42.53	1.50	46.56	1.60	50.25

図-3. 4(a)の数値データ

$\gamma=0$		$\gamma=1$		$\gamma=2$		$\gamma=3$	
α	k	α	k	α	k	α	k
0.55	20.66	0.80	35.52	0.90	45.18	1.00	52.16
0.60	20.19	0.90	34.48	1.00	43.47	1.10	50.56
0.65	20.01	1.00	33.84	1.10	42.59	1.20	49.62
0.70	20.19	1.05	33.83	1.15	42.33	1.25	49.21
0.75	20.19	1.10	33.99	1.20	42.53	1.30	49.22
0.80	20.61	1.20	35.05	1.25	42.62	1.40	49.68
				1.30	42.71		

$\gamma=4$		$\gamma=5$		$\gamma=6$	
α	k	α	k	α	k
1.10	57.79	1.20	62.40	1.20	68.01
1.20	56.09	1.30	60.83	1.30	66.15
1.30	55.01	1.40	60.09	1.40	65.10
1.35	54.84	1.45	59.96	1.50	64.44
1.40	55.29	1.50	59.83	1.55	64.35
		1.55	60.37	1.60	64.50
		1.60	60.41	1.70	65.33

図-3.4(b)の数値データ

$\gamma=0$		$\gamma=1$		$\gamma=2$		$\gamma=3$	
α	k	α	k	α	k	α	k
0.55	17.94	0.80	30.84	1.00	37.39	1.10	43.33
0.60	17.44	0.90	29.60	1.05	36.94	1.15	42.91
0.65	17.25	0.95	29.51	1.10	36.54	1.20	42.46
0.70	17.30	1.00	29.16	1.15	36.57	1.25	42.28
0.75	17.34	1.05	29.20	1.20	36.61	1.30	42.33
		1.10	29.23	1.30	37.10	1.40	42.53
		1.20	29.91				

$\gamma=4$		$\gamma=5$		$\gamma=6$	
α	k	α	k	α	k
1.10	49.96	1.30	52.34	1.30	56.94
1.20	48.52	1.40	51.67	1.40	55.88
1.30	47.74	1.45	51.63	1.50	55.52
1.35	47.36	1.50	51.59	1.55	55.48
1.40	47.19	1.55	52.00	1.60	56.08
1.45	47.26	1.60	52.16	1.70	56.25
1.50	47.86				

図-3.4(c)の数値データ

$\gamma=0$		$\gamma=1$		$\gamma=2$		$\gamma=3$	
α	k	α	k	α	k	α	k
0.55	15.70	0.80	26.99	1.00	32.91	1.10	38.24
0.60	15.27	0.90	25.86	1.10	32.29	1.20	37.39
0.65	15.10	0.95	25.68	1.15	32.11	1.25	37.24
0.70	15.14	1.00	25.52	1.20	31.94	1.30	37.11
0.75	15.18	1.05	25.64	1.25	32.16	1.35	37.32
		1.10	25.83	1.30	32.36	1.40	37.39
		1.20	26.17				

$\gamma=4$		$\gamma=5$		$\gamma=6$	
α	k	α	k	α	k
1.20	42.54	1.30	46.02	1.30	50.05
1.30	41.85	1.40	45.41	1.40	49.15
1.35	41.36	1.45	45.32	1.45	49.00
1.40	41.32	1.50	45.37	1.50	48.80
1.45	41.52	1.55	45.63	1.55	48.85
1.50	41.88	1.60	45.75	1.60	48.91
				1.70	49.49

図-3.5の数値データ

$\gamma=0$		$\gamma=0.25$		$\gamma=0.50$		$\gamma=0.75$		$\gamma=1.00$	
α	k	α	k	α	k	α	k	α	k
0.40	29.16	0.50	27.67	0.50	28.79	0.50	29.91	0.40	33.18
0.50	25.72	0.60	26.17	0.60	27.73	0.55	29.23	0.50	30.66
0.60	24.30	0.65	25.88	0.65	27.32	0.60	28.66	0.60	29.91
0.65	23.87	0.70	25.77	0.70	27.24	0.65	28.63	0.65	29.77
0.70	24.04	0.75	25.91	0.75	27.37	0.70	28.52	0.70	29.64
0.80	24.54	0.80	26.29	0.80	27.69	0.75	28.79	0.75	29.91
0.90	25.55	0.90	27.11	0.90	28.67	0.80	29.09	0.80	30.15
1.00	27.20					0.90	29.91	0.90	31.16

付録 B 座屈係数の最小値と座屈波長に関する有限要素解析の数値データ

図-3.6 と 3.7 の数値データ

γ	$\delta=0.05$		$\delta=0.10$		$\delta=0.15$	
	Z	k	Z	k	Z	k
0	0.70	21.26	0.70	19.01	0.70	17.20
1	0.95	32.94	0.95	29.60	0.95	26.86
2	1.10	40.61	1.15	36.48	1.10	33.09
3	1.20	46.53	1.25	41.95	1.25	37.96
4	1.25	51.72	1.25	46.59	1.30	42.24
5	1.35	56.28	1.35	50.79	1.40	45.99
6	1.50	59.64	1.45	54.46	1.40	49.36

図-3.8 と 3.9 の数値データ

γ	$\delta=0.05$		$\delta=0.10$		$\delta=0.15$	
	Z	k	Z	k	Z	k
0	0.65	20.01	0.65	17.25	0.65	15.10
1	1.05	33.83	1.00	29.16	1.00	25.52
2	1.15	42.33	1.10	36.54	1.20	31.94
3	1.25	49.21	1.25	42.28	1.30	37.11
4	1.35	54.84	1.40	47.19	1.40	41.32
5	1.50	59.83	1.50	51.59	1.45	45.32
6	1.55	64.35	1.55	55.48	1.50	48.80

図-3.10 と 3.11 の数値データ

γ	$\delta=0.05$	
	Z	k
0	0.65	23.87
0.25	0.70	25.77
0.50	0.70	27.24
0.75	0.70	28.52
1.00	0.70	29.64

付録 C 突起付き長方形板の寸法と耐荷力

図-5.2 のデータ

$s=3$

β	a (mm)	b (mm)	t (mm)	b_1 (mm)	b_2 (mm)	t_2 (mm)	$\sigma_u/\sigma_{0.2}$
74	400	600	8.018	—	—	—	1.002
80	471	600	7.500	200	18.1	3.621	1.077
90	573	600	6.666	200	22.5	4.519	1.128
100	670	600	6.000	200	25.2	5.057	1.148
110	767	600	5.454	200	27.3	5.468	1.130
120	867	600	5.000	200	29.0	5.814	1.059
130	963	600	4.615	200	30.6	6.124	1.020

$s=4$

β	a (mm)	b (mm)	t (mm)	b_1 (mm)	b_2 (mm)	t_2 (mm)	$\sigma_u/\sigma_{0.2}$
74	400	600	8.108	—	—	—	1.002
80	460	600	7.500	150	17.1	3.433	1.84
100	640	600	6.000	150	24.0	4.800	1.185
120	827	600	5.000	150	27.7	5.552	1.217
139	1014	600	4.316	150	30.7	6.145	1.192
160	1238	600	3.750	150	33.8	6.772	1.055

図-5.4 のデータ

s=3

β	a (mm)	b (mm)	t (mm)	b_1 (mm)	b_2 (mm)	t_2 (mm)	$\sigma_w/\sigma_{0.2}$
89	400	600	6.741	—	—	—	1.008
100	502	600	6.000	200	17.2	3.444	1.097
110	584	600	5.454	200	19.9	3.990	1.134
120	664	600	5.000	200	21.8	4.366	1.161
132	760	600	4.545	200	23.5	4.717	1.183
140	823	600	4.285	200	24.5	4.918	1.166
150	902	600	4.000	200	25.7	5.145	1.124

s=4

β	a (mm)	b (mm)	t (mm)	b_1 (mm)	b_2 (mm)	t_2 (mm)	$\sigma_w/\sigma_{0.2}$
89	400	600	6.741	—	—	—	1.008
110	560	600	5.454	150	18.8	3.773	1.137
130	709	600	4.615	150	22.1	4.426	1.204
150	863	600	4.000	150	24.5	4.908	1.229
167	998	600	3.592	150	26.3	5.268	1.232
190	1193	600	3.157	150	28.6	5.733	1.225
210	1375	600	2.857	150	30.6	6.138	1.108